2013 III Lösung

1.1 Das Magnetfeld muss homogen und zeitlich konstant sein.
Es muss gelten: $\vec{B} \perp \vec{v}_0$

1.2 Damit die Elektronen die eingezeichnete Bahn durchfliegen können, muss die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ stets zum Kreismittelpunkt hin gerichtet sein. Nach der Drei-Finger-Regel (U-V-W-Regel) muss dann die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ senkrecht in die Zeichenebene hinein gerichtet sein. Dieses Magnetfeld wird nur dann von den Ringspulen erzeugt, wenn der Strom (technische Stromrichtung) im Helmholtzspulenpaar im Uhrzeigersein fließt.

1.3 In einem Gas (Wasserstoffgas) mit niedrigem Druck werden einzelne Atome durch Zusammenstöße mit den Elektronen zum Leuchten angeregt. Die Elektronenbahn wird somit als leuchtender Strahl sichtbar.

1.4 Da das Elektron die Beschleunigungsspannung U_B durchläuft, wird an ihm die elektrische Arbeit W_{el} verrichtet. Diese führt zur Änderung der kinetischen Energie ΔE_{kin}.

$$\Delta E_{kin} = W_{el}$$

$$\tfrac{1}{2} m\left(v_0^2 - 0\right) = e \cdot U_B$$

$$v_0^2 = \frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m}}$$

1.5 Die für die Bewegung des Elektrons notwendige Zentralkraft $\vec{F}_Z$ ist die Lorentzkraft $\vec{F}_Z$. Für ihre Beträge gilt:

$$F_L = F_Z$$

$$e \cdot v_0 \cdot B = m \cdot \frac{v_0^2}{r}$$

$$r = \frac{m \cdot v_0}{e \cdot B}$$

$$r^2 = \frac{m^2 \cdot v_0^2}{e^2 \cdot B^2} \overset{1.4}{=} \frac{m^2 \cdot \frac{2 \cdot e \cdot U_B}{m}}{e^2 \cdot B^2} = \frac{2 \cdot m \cdot U_B}{e \cdot B^2} = \frac{2 \cdot m \cdot U_B}{e} \cdot \frac{1}{B^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot U_B}{e}} \cdot \frac{1}{B}$$

1.6.1 Mit dem Ergebnis aus 1.5 folgt:

$$r=\sqrt{\frac{2\cdot m\cdot U_B}{e}}\cdot\frac{1}{B}$$

$$r^2=\frac{2\cdot m\cdot U_B}{e}\cdot\frac{1}{B^2}$$

$$\frac{r^2\cdot B^2}{2\cdot U_B}=\frac{m}{e}$$

$$\frac{e}{m}=\frac{2\cdot U_B}{r^2\cdot B^2}$$

$$\frac{e}{m}=\frac{2\cdot 150\,V}{(0{,}055\,m)^2\cdot(0{,}00075\,T)^2}\approx 1{,}8\cdot 10^{11}\,\tfrac{As}{kg}$$

Einheitenkontrolle:

$$\frac{V}{m^2\cdot T^2}=\frac{V}{m^2\cdot\frac{V^2\cdot s^2}{m^4}}=\frac{V}{\frac{V^2\cdot s^2}{m^2}}=\frac{V\cdot m^2}{V^2\cdot s^2}=\frac{m^2}{V\cdot s^2}=\frac{m^2}{\frac{J}{C}\cdot s^2}=\frac{C\cdot m^2}{J\cdot s^2}=\frac{C\cdot m^2}{kg\cdot\frac{m^2}{s^2}\cdot s^2}=\frac{C\cdot m^2}{kg\cdot m^2}=\frac{C}{kg}$$

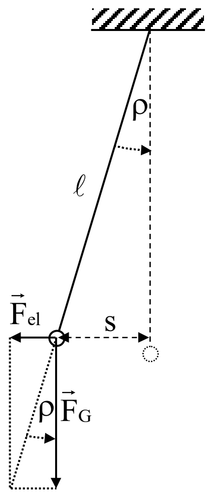
1.6.2 Nach 1.5 gilt: $r=\sqrt{\frac{2\cdot m\cdot U_B}{e}}\cdot\frac{1}{B}$ (Die Größen m und e sind konstant)

Ist die Spannung $U_B=\text{konst.}$, so führt eine Verkleinerung der magnetischen Flussdichte B zu einer Vergrößerung des Bahnradius r.
Ist die magnetische Flussdichte $B=\text{konst.}$, so führt eine Vergrößerung der Beschleunigungsspannung U_B zu einer Vergrößerung des Bahnradius r.

2.1 Für den Auslenkwinkel ρ gilt:

$$\sin(\rho) = \frac{s}{\ell} \quad \Rightarrow \quad \rho = \arcsin\left(\frac{s}{\ell}\right) = \arcsin\left(\frac{1{,}0\,\text{cm}}{136\,\text{cm}}\right) \approx 0{,}421°$$

Für die elektrische Kraft F_{el} folgt dann:



$$\tan(\rho) = \frac{F_{el}}{F_G}$$

$$F_{el} = F_G \cdot \tan(\rho)$$

$$F_{el} = m \cdot g \cdot \tan(\rho)$$

$$F_{el} = 5{,}0 \cdot 10^{-4}\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \tan(0{,}421°)$$

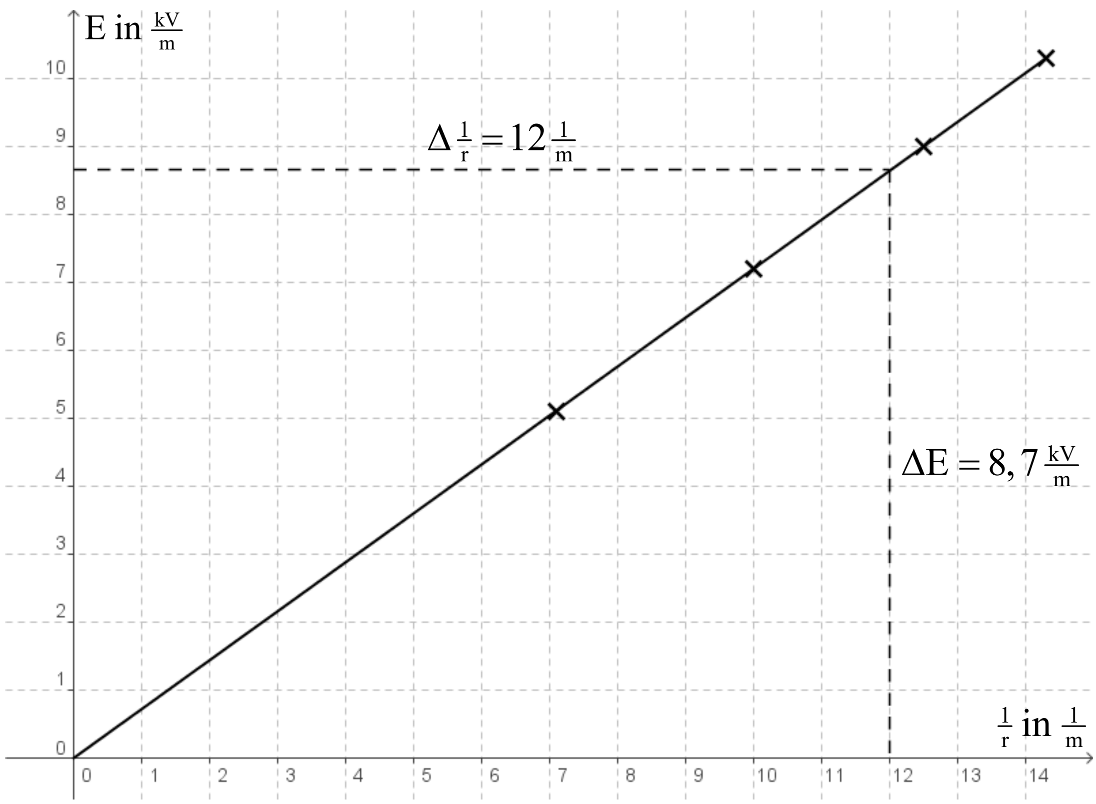
$$F_{el} \approx 3{,}6 \cdot 10^{-5}\,\text{N}$$

Und für den Betrag der elektrischen Feldstärke folgt somit:

$$E = \left|\frac{F_{el}}{q}\right| = \left|\frac{3{,}6 \cdot 10^{-5}\,\text{N}}{-4{,}0 \cdot 10^{-9}\,\text{C}}\right| = 9{,}0 \cdot 10^{3}\,\tfrac{\text{N}}{\text{C}} = 9{,}0\,\tfrac{\text{kV}}{\text{m}}$$

2.2.1 Hier muss die Messwerttabelle zunächst um eine Zeile ergänzt werden.

Messung Nr.	1	2	3	4
r in cm	7,0	8,0	10,0	14,0
E in $\frac{\text{kV}}{\text{m}}$	10,3	9,0	7,2	5,1
$\frac{1}{r}$ in $\frac{1}{\text{m}}$	14,3	12,5	10,0	7,1



Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit erhält man ein Ursprungshalbgerade.

Somit folgt: $E \sim \frac{1}{r} \quad \Rightarrow \quad E = k \cdot \frac{1}{r}$

2.2.2 Mit $E = k \cdot \frac{1}{r}$ folgt: $k = \frac{\Delta E}{\Delta \frac{1}{r}} = \frac{8{,}7 \cdot 10^3 \,\frac{V}{m}}{12\,\frac{1}{m}} = 725\,V \approx 7{,}3 \cdot 10^2\,V$

(Bemerkung: Abhängig von der Zeichengenauigkeit erhält man für k Werte von $7{,}0 \cdot 10^2\,V$ bis $7{,}4 \cdot 10^2\,V$)

2.2.3 Für den Abstand gilt: $r = R$

Somit folgt:

$E_0 = k \cdot \frac{1}{R} = 7{,}2 \cdot 10^2\,V \cdot \frac{1}{0{,}060\,m} = 12\,\frac{kV}{m}$ (hier mit Zwischenergebnis weitergerechnet)

2.3 Ein negativ geladenes PVC-Teilchen wird nach oben gezogen, wenn der Betrag der nach oben wirkenden elektrische Kraft $\vec{F}_{el}$ größer ist als die nach unten wirkende Gewichtskraft $\vec{F}_G$. Somit muss gelten:

$$F_{el} > F_G$$

$$|q| \cdot E > m \cdot g$$

$$|q| \cdot k \cdot \frac{1}{r} > m \cdot g$$

$$|q| \cdot k \cdot \frac{1}{R+h} > m \cdot g$$

$$\frac{|q|}{m} > \frac{g \cdot (R+h)}{k}$$

$$\frac{|q|}{m} > \frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot (0{,}060\,m + 0{,}018\,m)}{7{,}2 \cdot 10^2\,V}$$

$$\frac{|q|}{m} > 1{,}1 \cdot 10^{-3}\,\frac{C}{kg}$$