2003 A III

BE

1.0 Für alle Körper, die sich antriebslos auf einer Kreisbahn mit dem Radius R und der Umlaufdauer T um ein Zentralgestirn mit der Masse m_Z bewegen, gilt das 3. keplersche Gesetz $\frac{T^2}{R^3} = C$, wobei C eine Konstante ist.

3 1.1 Zeigen Sie mit Hilfe des Gravitationsgesetzes, dass für die Konstante C gilt: $C = \frac{4 \cdot \pi^2}{G^* \cdot m_Z}$, wobei G^* die Gravitationskonstante ist.

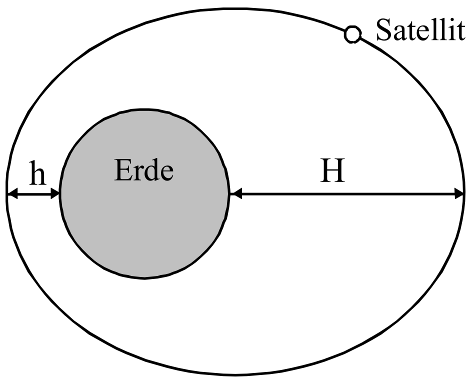
2 1.2 Die Masse der Erde beträgt $m_E = 5{,}977 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$.
Berechnen Sie die Konstante C_E des 3. keplerschen Gesetzes für Körper, die sich antriebslos um die Erde bewegen.

1.3.0 Ein Satellit bewegt sich antriebslos im Gravitationsfeld der Erde.
Man bezeichnet diesen Satelliten als Synchronsatelliten der Erde, wenn er von der Erde aus betrachtet stillzustehen scheint.

3 1.3.1 Geben Sie an, welche Bedingungen die Bewegung des Satelliten erfüllen muss, damit er sich als Synchronsatellit um die Erde bewegt.

6 1.3.2 Die Umlaufbahn eines Synchronsatelliten der Erde besitzt den Radius R_{syn}.
Berechnen Sie R_{syn} und den Betrag der Bahngeschwindigkeit eines Synchronsatelliten.

1.4.0



Am 31. Januar 1958 gelingt es den Raumfahrtbehörden der USA erstmals einen Satelliten in eine Erdumlaufbahn zu bringen. Der Satellit bewegt sich antriebslos auf einer Ellipsenbahn (siehe nebenstehende, nicht maßstabsgetreue Skizze).
Die geringste Höhe über der Erdoberfläche beträgt $h = 360\,\text{km}$, die größte Höhe $H = 2547\,\text{km}$.
Die größte Geschwindigkeit des Satelliten auf der Ellipsenbahn hat den Betrag $v_{max} = 8{,}22\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$.
Der Erdradius beträgt $r_E = 6{,}368 \cdot 10^6\,\text{m}$.

2 1.4.1 Berechnen Sie den Betrag der Gravitationsfeldstärke für den erdfernsten Punkt der Ellipsenbahn.

4 1.4.2 Berechnen Sie die Umlaufdauer T des Satelliten.

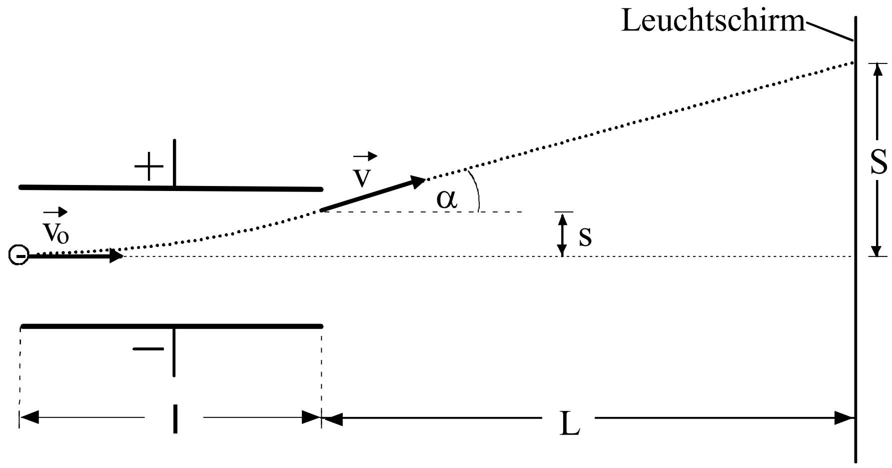
7 1.4.3 v_{min} ist der kleinste Betrag der Bahngeschwindigkeit des Satelliten.
Leiten Sie eine Formel her, mit der sich v_{min} aus den Größen G^*, m_E, h, H und v_{max} berechnen lässt.
Berechnen Sie v_{min} mit dieser Formel.

2.0 J.J. Thomson bestätigte im Jahre 1897 experimentell, dass sich Kathodenstrahlen durch elektrische und durch magnetische Felder ablenken lassen; d.h., dass Kathodenstrahlen aus geladenen Teilchen bestehen. Dabei konnte er zeigen, dass für alle diese Teilchen, die man heute Elektronen nennt, das Verhältnis von Ladung zu Masse den gleichen Wert hat.

5 2.1 Erläutern Sie anhand einer Skizze, wie in einer Kathodenstrahlröhre (Braunschen Röhre) freie Elektronen erzeugt und auf eine Geschwindigkeit vom Betrag v_o beschleunigt werden.

BE

2.2.0



Die negativ geladenen Teilchen (Masse m; Ladung q) gelangen in das homogene elektrische Feld eines Plattenkondensators, dessen quadratische Platten die Kantenlänge $\ell = 4{,}0\,\text{cm}$ haben. Die Eintrittsgeschwindigkeit $\vec{v}_o$ ist senkrecht zu den Feldlinien gerichtet. Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ ist zeitlich konstant und beträgt $E = 3{,}40 \cdot 10^3\,\frac{\text{V}}{\text{m}}$.
Beim Austritt aus dem elektrischen Feld haben die Teilchen die Ablenkung s erfahren. Im Abstand $L = 30{,}0\,\text{cm}$ vom Kondensator befindet sich ein Leuchtschirm. Zwischen dem Kondensator und dem Leuchtschirm bewegen sich die Teilchen auf einer Geraden; die Ablenkung der Teilchen wächst auf den Wert S an.
Die Anordnung befindet sich im Vakuum. Die Gewichtskraft der Teilchen kann vernachlässigt werden.

5 2.2.1 Ermitteln Sie durch allgemeine Rechnung die Gleichung der Bahnkurve bezüglich eines geeignet gewählten x-y-Koordinatensystems, auf der sich die Teilchen im Kondensator bewegen.

[Mögliches Ergebnis: $y = \frac{|q| \cdot E}{2 \cdot m \cdot v_o^2} \cdot x^2$ mit $0 \le x \le \ell$]

5 2.2.2 Zeigen Sie durch allgemeine Rechnung, dass für die Ablenkung S gilt: $S = \frac{|q|}{m} \cdot \frac{E \cdot \ell}{v_o^2} \cdot (\frac{\ell}{2} + L)$.

4 2.2.3 Um den Betrag v_o der Eintrittsgeschwindigkeit zu bestimmen, wird zusätzlich zum elektrischen Feld im Raum zwischen den Kondensatorplatten ein homogenes magnetisches Feld erzeugt. Die Feldlinien des Magnetfeldes sind senkrecht in die Zeichenebene, also senkrecht zu $\vec{E}$ und $\vec{v}_o$ gerichtet. Der Betrag der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ kann so eingestellt werden, dass die Teilchen zwischen den Kondensatorplatten keine Ablenkung erfahren und geradlinig bis zum Schirm fliegen. Dies ist der Fall für $B = 0{,}170\,\text{mT}$.

Berechnen Sie v_o.

4 2.2.4 Das Magnetfeld wird wieder abgeschaltet. Die Teilchen treten mit einer Geschwindigkeit vom Betrag $v_o = 2{,}00 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ in das elektrische Feld zwischen den Kondensatorplatten ein. Die Ablenkung der Teilchen beim Auftreffen auf dem Leuchtschirm beträgt $S = 1{,}9\,\text{cm}$.

Berechnen Sie das Ladung-Masse-Verhältnis $\frac{|q|}{m}$ eines geladenen Teilchens, also die spezifische Ladung eines Elektrons.

50