Aufgaben zum Coulomb´schen Gesetz

1. Berechnen Sie die Ladung, die bei einem Strom von $240\,\text{mA}$ in $8{,}0\,\text{s}$ durch einen Leiterdraht fließt.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta Q = I \cdot \Delta t = 0{,}240\,\text{A} \cdot 8{,}0\,\text{s} = 1{,}92\,\text{As} = ... \approx 0{,}53\,\text{mAh}$$

2. Berechnen Sie die elektrische Stromstärke, die erforderlich ist, um
a) die elektrische Ladung 46 Ah in 12 Stunden in eine Starterbatterie zu transportieren.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{46\,\text{Ah}}{12\,\text{h}} \approx 3{,}8\,\text{A}$$

b) eine Ladung von 5,0 µAs in 0,30 µs auf eine Metallplatte zu bringen.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-6}\,\text{As}}{0{,}30 \cdot 10^{-6}\,\text{s}} \approx 17\,\text{A}$$

3. Eine LKW-Batterie wird gleichmäßig innerhalb von 12 Stunden von 88 Ah auf 46 Ah entladen. Berechnen Sie den mittleren Entladestrom.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{88\,\text{Ah} - 46\,\text{Ah}}{12\,\text{h}} = 3{,}5\,\text{A}$$

4. Es fließt ein Strom von 1,0 A. Wie viele Elektronen fließen durch einen Kupferdrahtquerschnitt in einer Sekunde, wenn ein Elektron die Ladung $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ As besitzt?

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{N \cdot e}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{I \cdot \Delta t}{e} = \frac{1{,}0\,\text{A} \cdot 1{,}0\,\text{s}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{As}} \approx 6{,}2 \cdot 10^{18}$$

5.0 Durch einen Draht fließt ein sinusförmiger Wechselstrom mit einer Frequenz von $f = 50{,}0\,\text{Hz}$. Die maximale, momentane Stromstärke ist $I_0 = 1{,}25\,\text{A}$ $(\hat{=}\,\text{Scheitelwert der Stromstärke})$.

5.1 Berechnen Sie, welche Ladungsmenge ΔQ insgesamt in einer Sekunde $(t = 1{,}0\,\text{s})$ durch den Draht fließt, wenn gilt: $I(t) = I_0 \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$.

5.2 Berechnen Sie die verschobene Ladungsmenge ΔQ für eine Zeitspanne von $t = 1{,}00 \cdot 10^{-2}\,\text{s}$ beginnend zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,\text{s}$.

6.1 Berechne den Betrag der elektrischen Kraft zwischen Atomkern und Elektron bei einem Wasserstoffatom! (Geg.: $r_1 = 5,3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$)

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|Q \cdot q|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}} \cdot \frac{\left(1,602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}\right)^2}{\left(5,3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}\right)^2}$$

$$F_C = \underline{\underline{8,2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}}}$$

6.2 Vergleiche den Wert von 6.1 mit der Gravitationskraft zwischen Atomkern und Elektron! Welche Folgerung kann man daraus ziehen?

$$F_{Gr} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = G \cdot \frac{m_p \cdot m_e}{r_1^2} = 6,673 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{kg \cdot s^2}} \cdot \frac{1,673 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 9,109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}{\left(5,3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}\right)^2}$$

$$F_{Gr} = \underline{\underline{3,6 \cdot 10^{-47}\,\mathrm{N}}}$$

Die Gravitationskraft ist vernachlässigbar klein.

6.3 Mit welcher Bahngeschwindigkeit v umkreist das Elektron den Atomkern?

$$|F_Z| = |F_C|$$

$$m_e \cdot \frac{v^2}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot r_1}}$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}} \cdot \frac{\left(1,602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}\right)^2}{9,109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}}} = \underline{\underline{2,2 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

6.4 Wie viele Umläufe um den Atomkern vollzieht das Elektron in einer Sekunde?

$$\frac{v}{r_1} = \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{n}{t} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{v \cdot t}{2\pi r_1} = \frac{2,2 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 1,0\,\mathrm{s}}{2\pi \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{6,6 \cdot 10^{15}}}$$

6.5 **(2006 Aufgabe I Nr. 2.3)** Nach dem Bohr´schen Atommodell kann das Elektron den Atomkern nur auf bestimmten Bahnen umlaufen. Für den Radius r_n einer solchen Kreisbahn gilt: $r_n = r_1 \cdot n^2$ mit $n \in \mathbb{N}$.

Bewegt sich das Elektron auf einer Kreisbahn mit dem Radius r_n $\left(r_n = r_1 \cdot n^2\right)$, so besitzt es die kinetisch Energie $E_{kin,n}$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$E_{kin,n} = 2,2 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$F_Z = F_C$$

$$m_e \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$$

$$v^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot r}$$

$$v_n^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot r_1 \cdot n^2}$$

$$E_{kin,n} = \tfrac{1}{2} m_e v_n^2 = \tfrac{1}{2} m_e \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot r_1 \cdot n^2} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$E_{kin,n} = \frac{1}{8\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{As}}{\text{Vm}}} \cdot \frac{\left(1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}\right)^2}{5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}} \cdot \frac{1}{n^2} = 2{,}2 \cdot 10^{-18}\,\text{J} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Einheitenkontrolle: $\frac{\text{C}^2}{\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \text{m}} = \frac{(\text{As})^2}{\frac{\text{As}}{\text{V}}} = \frac{\text{As}}{\frac{1}{\text{V}}} = \text{VAs} = \text{J}$

7.0 Zwei Massenpunkte mit den Massen $m_1 = m_2 = 1{,}00 \cdot 10^{-3}$ kg tragen die Ladungen $Q_1 = 1{,}00 \cdot 10^{-13}$ C und Q_2.

7.1 Wie groß muss Q_2 sein, damit sich Gravitationskraft und elektrische Kraft gegenseitig aufheben?

$$F_C = F_{Gr}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

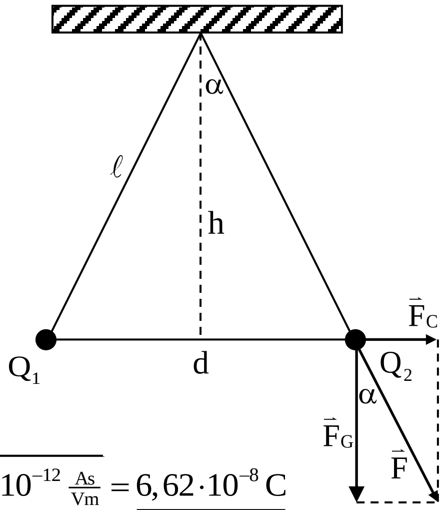
$$Q_2 = 4\pi\varepsilon_0 \cdot G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{Q_1}$$

$$Q_2 = 4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 6{,}673 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot \frac{\left(1{,}00 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}\right)^2}{1{,}00 \cdot 10^{-13}\,\text{C}} = \underline{\underline{7{,}42 \cdot 10^{-14}\,\text{C}}}$$

7.2 Für welchen Abstand gilt dieses Kräftegleichgewicht?

Das Kräftegleichgewicht gilt für jeden Abstand (r kürzt sich raus!)

8. Zwei Kugeln mit den Massen $m_1 = m_2 = 1,00 \cdot 10^{-3}\,\text{kg}$ sind an Fäden mit je der Länge $\ell = 1,00\,\text{m}$ an einem gemeinsamen Aufhängepunkt befestigt. Sie tragen dieselbe elektrische Ladungsmenge gleichen Vorzeichens. Die Kugeln haben wegen der elektrostatischen Abstoßung den Abstand $d = 0,200\,\text{m}$ voneinander. Berechnen Sie den Betrag der sich auf den Kugeln befindenden Ladungsmenge!



Es gilt:

$$\sin\alpha = \frac{\frac{d}{2}}{\ell} = \frac{d}{2\ell} = \frac{0,20\,\text{m}}{2\cdot 1,00\,\text{m}} \quad\Rightarrow\quad \alpha = 5,74°$$

Außerdem gilt:

$$\tan\alpha = \frac{F_C}{F_G} \quad\Rightarrow\quad F_C = F_G \cdot \tan\alpha = mg\cdot\tan\alpha$$

$$F_C = 1,00\cdot 10^{-3}\,\text{kg}\cdot 9,81\,\tfrac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot\tan\left(5,74°\right) = 9,86\cdot 10^{-4}\,\text{N}$$

Aus $F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{d^2}$ folgt nun:

$$Q = \sqrt{F_C d^2 4\pi\varepsilon_0} = \sqrt{9,86\cdot 10^{-4}\,\text{N}\cdot\left(0,200\,\text{m}\right)^2\cdot 4\pi\cdot 8,854\cdot 10^{-12}\,\tfrac{\text{As}}{\text{Vm}}} = \underline{\underline{6,62\cdot 10^{-8}\,\text{C}}}$$

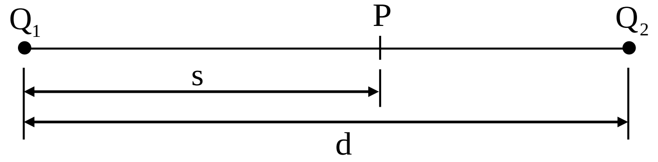
Oder:

$$\frac{F_C}{F_G} = \tan\alpha \quad\Rightarrow\quad F_C = F_G\cdot\tan\alpha \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{d^2} = m\cdot g\cdot\tan\alpha$$

$$\Rightarrow\quad Q = \sqrt{4\pi\varepsilon_0 d^2 mg\cdot\tan\alpha}$$

$$Q = \sqrt{4\pi\cdot 8,854\cdot 10^{-12}\,\tfrac{\text{AS}}{\text{Vm}}\cdot\left(0,20\,\text{m}\right)^2\cdot 1,00\cdot 10^{-3}\,\text{kg}\cdot 9,81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\tan 5,74°}$$

9. Gegeben sind zwei positive Ladungen $Q_1 = 8{,}5\,\text{nC}$ und $Q_2 = 5{,}5\,\text{nC}$. Auf der Verbindungsstrecke der beiden Ladungen befindet sich im Abstand $s = 10{,}0\,\text{cm}$ von der Ladung Q_1 ein Punkt P, in dem die elektrische Feldstärke null ist.
Berechnen Sie den Abstand der beiden Punktladungen.



$$F_{Q_1P} = F_{Q_2P}$$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_P}{s^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_2 Q_P}{(d-s)^2}$$

$$\frac{Q_1}{s^2} = \frac{Q_2}{(d-s)^2}$$

$$(d-s)^2 = \frac{Q_2}{Q_1} \cdot s^2$$

$$d - s = \pm\sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \cdot s$$

$$d = s \pm \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}} \cdot s$$

$$d = s\left(1 \pm \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}\right)$$

$$d = 10\,\text{cm} \cdot \left(1 \pm \sqrt{\frac{5{,}5\,\text{nC}}{8{,}5\,\text{nC}}}\right) = \begin{cases} 18\,\text{cm} \\ (2{,}0\,\text{cm}) \text{ nicht sinnvoll, da } d > s \text{ sein soll!} \end{cases}$$

10 **1996 Aufgabe III**

1.0 Die Abhängigkeit des Betrags der Coulombkraft $\vec{F}_C$ von den Punktladungen Q_1, Q_2 und ihrem Abstand r im Vakuum wird durch das Coulombgesetz

$$\left|\vec{F}_C\right| = F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2}$$

erfasst, wobei $\varepsilon_0 =$ elektrische Feldkonstante.

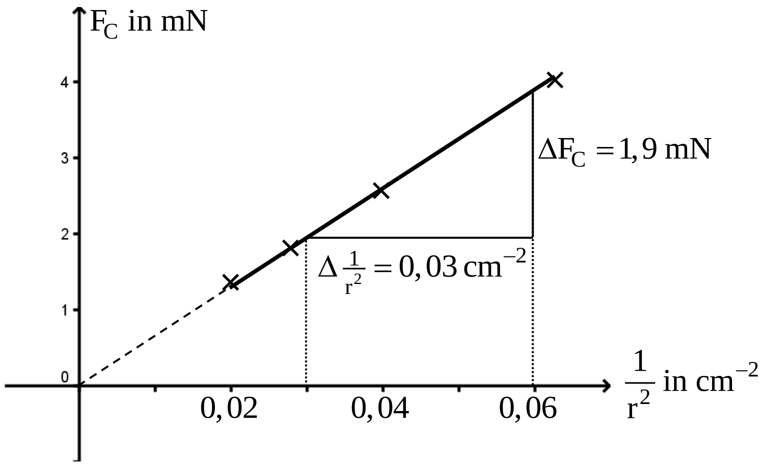
1.1 Beschreiben Sie anhand einer beschrifteten Skizze einen geeigneten Versuchsaufbau, mit dem die Abhängigkeit des Betrags der Coulombkraft F_C vom Abstand r untersucht wird.

1.2.0 Im Versuch 1.1 ergibt sich für $Q_1 = Q_2 = 27\,\text{nC}$ die folgende Messreihe:

Messung Nr.	1	2	3	4
r in cm	4,0	5,0	6,0	7,0
F_C in mN	4,0	2,6	1,8	1,4

1.2.1 Ermitteln Sie durch graphische Auswertung der Messreihe die Abhängigkeit des Betrags der Kraft F_C vom Abstand r.

Messung Nr.	1	2	3	4
r in cm	4,0	5,0	6,0	7,0
F_C in mN	4,0	2,6	1,8	1,4
$\frac{1}{r^2}$ in cm^{-2}	0,063	0,04	0,028	0,020



Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit liegen die Messwerte auf einer Ursprungshalbgeraden. Somit folgt: $F_C \sim \frac{1}{r^2}$

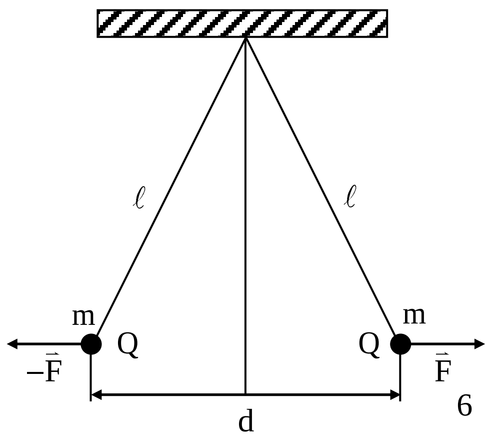
1.2.2 Geben Sie diese Abhängigkeit in Form einer Gleichung an, und bestimmen Sie die auftretende Proportionalitätskonstante k mit Hilfe des Diagramms von Aufgabe 1.2.1.

Es gilt: $F_C = k \cdot \frac{1}{r^2}$

mit $k = \frac{\Delta F_C}{\Delta \frac{1}{r^2}} = \frac{1,9\,mN}{0,03\,cm^{-2}} = 63,\bar{3}\,mN \cdot cm^2 = 63,\bar{3} \cdot 10^{-3}\,N \cdot 10^{-4} m^2 = 6,3 \cdot 10^{-6}\,Nm^2$

1.2.3 Berechnen Sie aus der Konstanten k die elektrische Feldkonstante.

Es gilt: $k = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi k} = \frac{27 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 27 \cdot 10^{-9}\,C}{4\pi \cdot 6,3 \cdot 10^{-6}\,Nm^2} = 9,2 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}$



1.3.0 Im Vakuum befinden sich zwei identische Metallkugeln (Masse $m = 0,50\,g$), welche die gleiche Ladung Q tragen. Sie sind an zwei gleich langen Fäden (Pendellänge $\ell = 1,00\,m$) befestigt und an demselben Aufhängepunkt angebracht. Auf die geladenen Kugeln wirkt unter anderem die Abstoßungskraft $\vec{F}$ bzw. $-\vec{F}$. In der Gleichgewichtslage beträgt der Mittelpunktsabstand der Kugeln $d = 16\,cm$ (s. Skizze). Die Abmessungen der Kugeln sind zu vernachlässigen.

1.3.1 Berechnen Sie – ausgehend von einem Kräfteplan, der die auf eine geladene Metallkugel einwirkenden Kräfte enthält – den Betrag der Abstoßungskraft $\vec{F}$ bzw. $-\vec{F}$.

$\left[\text{Ergebnis}: F = 0,39\,mN\right]$

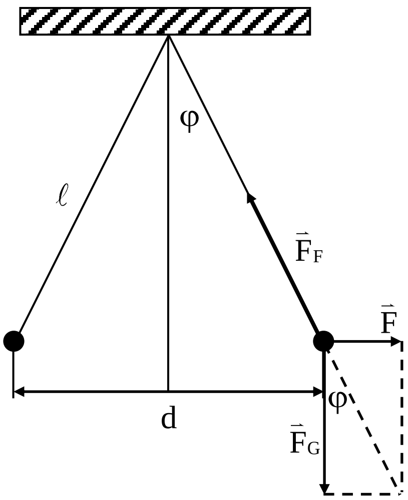
Es gilt:

$$\sin\varphi = \frac{\frac{d}{2}}{\ell} = \frac{d}{2\ell} = \frac{0,16\,m}{2\cdot 1,00\,m} \quad\Rightarrow\quad \varphi = 4,6°$$

Außerdem gilt:

$$\tan\varphi = \frac{F_C}{F_G} \quad\Rightarrow\quad F_C = F_G\cdot\tan\varphi = mg\cdot\tan\varphi$$

$$F_C = 0,50\cdot 10^{-3}\,kg\cdot 9,81\tfrac{N}{kg}\cdot\tan\left(4,6°\right) = 0,39\,mN$$



1.3.2 Berechnen Sie den Betrag der Ladung, die eine der beiden Kugeln trägt.

Aus $F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{d^2}$ folgt nun:

$$Q = \sqrt{F_C d^2 4\pi\varepsilon_0} = \sqrt{3,9\cdot 10^{-4}\,N\cdot\left(0,16\,m\right)^2\cdot 4\pi\cdot 8,854\cdot 10^{-12}\,\tfrac{AS}{Vm}} = \underline{\underline{3,3\cdot 10^{-8}\,C}}$$

Auswertung der experimentellen Untersuchung des elektrischen Feldes einer radialsymmetrischen Ladung

Versuchsdurchführung:
Bei der Durchführung des Versuchs erhält man die folgenden Messergebnisse:

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6	7
Q in 10^{-9} As	15,0	15,0	15,0	15,0	7,5	3,8	1,9
r in cm	10,0	12,0	16,0	20,0	12,0	12,0	12,0
E in $\frac{\text{kV}}{\text{m}}$	13,5	9,4	5,3	3,4	4,5	2,3	1,3

Versuchsauswertung: (angelehnt an die AP 2007 AII Aufgaben 1.1 – 1.2.4)

a) Geben Sie die Nummern derjenigen Messungen an, in denen die Abhängigkeit des Betrages E der elektrischen Feldstärke von der Ladung Q untersucht wird.
Ermitteln Sie rechnerisch wie E von Q abhängt.

Messung Nr.	2	5	6	7
Q in 10^{-9} As	15,0	7,5	3,8	1,9
r in cm	12,0	12,0	12,0	12,0
E in $\frac{\text{kV}}{\text{m}}$	9,4	4,5	2,3	1,3
$\frac{E}{Q}$ in $10^9\ \frac{\text{kV}}{\text{m}\cdot\text{As}}$	0,63	0,60	0,61	0,68

Im Rahmen der Mess- und Rechengenauigkeit gilt:

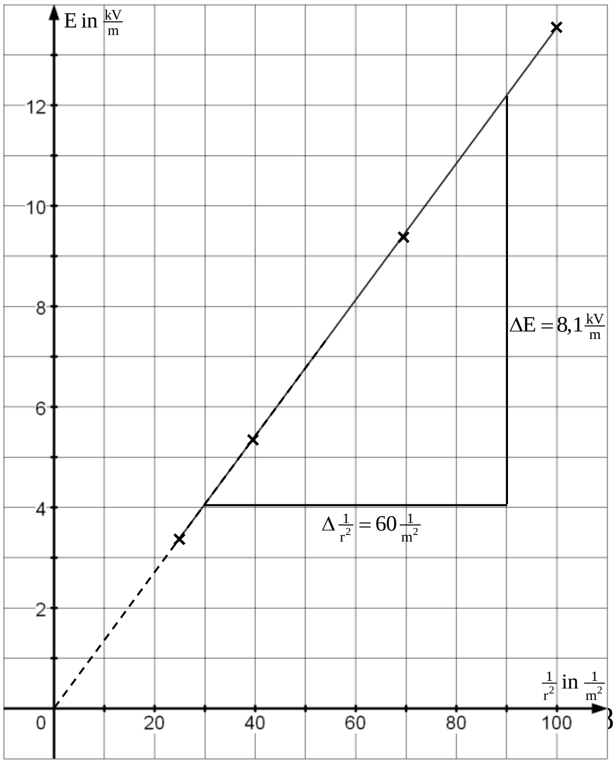
$$\frac{E}{Q} = \text{konst.} \quad \Rightarrow \quad E = k \cdot Q \quad \Rightarrow \quad E \sim Q \quad (\text{falls } r = \text{konst.})$$

b) Ermitteln Sie durch graphische Auswertung der Messreihe, wie E von r abhängt.

Mess. Nr.	1	2	3	4
E in $\frac{\text{kV}}{\text{m}}$	13,5	9,4	5,3	3,4
r in cm	10,0	12,0	16,0	20,0
r^2 in $10^{-2}\,\text{m}^2$	1,00	1,44	2,56	4,00
$\frac{1}{r^2}$ in $\frac{1}{\text{m}^2}$	100	69,4	39,1	25,0

Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit liegen die Messwerte auf einer Ursprungshalbgeraden.

Somit folgt: $E \sim \frac{1}{r^2}$



c) Geben Sie den Zusammenhang zwischen E und r in Form einer Gleichung an und bestimmen Sie die dabei auftretende Konstante k aus dem Diagramm von Teilaufgabe b).

$$E \sim \frac{1}{r^2} \quad \Rightarrow \quad E = k \cdot \frac{1}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \Delta E = k \cdot \Delta\left(\frac{1}{r^2}\right) \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\Delta E}{\Delta\left(\frac{1}{r^2}\right)}$$

$$k = \frac{8{,}1 \cdot 10^3\ \frac{V}{m}}{60\ \frac{1}{m^2}} = 1{,}35 \cdot 10^2\ Vm \approx 1{,}4 \cdot 10^2\ Vm$$

d) Bestimmen Sie nun mit Hilfe der Konstanten k die elektrische Feldstärke ε_0.

Es gilt:

$$E = k \cdot \tfrac{1}{r^2} \qquad (1) \quad \text{aus 1.2.2}$$

$$E = \tfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \tfrac{Q}{r^2} \qquad (2) \quad \text{aus Formelsammlung}$$

Durch gleichsetzen erhält man:

$$k \cdot \tfrac{1}{r^2} = \tfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \tfrac{Q}{r^2}$$

$$k = \tfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{Q}{4\pi \cdot k} = \frac{15{,}0 \cdot 10^{-9}\ As}{4\pi \cdot 1{,}4 \cdot 10^2\ Vm} = 8{,}5 \cdot 10^{-12}\ \tfrac{As}{Vm}$$

Aufgaben:

11.0 Eine Hohlkugel mit dem Radius $R = 3{,}0\,cm$ trägt die Ladung Q. In einer Entfernung von $r_1 = 53{,}0\,cm$ vom Kugelmittelpunkt wird eine elektrische Feldstärke $E_1 = 170\,\frac{N}{C}$ gemessen.

11.1 Berechnen Sie den Betrag der Ladung Q.

$$E = \frac{F_C}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_1^2} \quad \Rightarrow \quad Q = 4\pi\varepsilon_0 E r_1^2$$

$$Q = 4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \tfrac{As}{Vm} \cdot 170\ \tfrac{N}{C} \cdot (0{,}530\,m)^2 = 5{,}31 \cdot 10^{-9}\ C$$

11.2 Berechnen Sie welche elektrische Feldstärke E_2 in einer Entfernung $r_2 = 110\,cm$ gemessen werden kann.

$$E = \frac{F_C}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r_2^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{As}{Vm}} \cdot \frac{5{,}31 \cdot 10^{-9}\ C}{(1{,}10\,m)^2} = 39{,}4\ \tfrac{N}{C}$$

11.3 Begründen Sie inwiefern sich die elektrische Feldstärke ändern würde, wenn die Kugel mit der Ladung Q den Radius $R = 5{,}0\,cm$ haben würde?

Die Feldstärke bleibt konstant, weil sowohl die felderzeugende Ladung Q (stellt man sich im Kugelmittelpunkt vor!) als auch der Abstand d konstant bleibt.

12.0 Die elektrische Feldstärke eines Plattenkondensators beträgt $E = 7,5 \cdot 10^4\,\frac{N}{C}$, der Plattenabstand beträgt $d = 5,0\,cm$.

12.1 Bestimmen Sie die Kraft die eine Ladung von $q = 7,5 \cdot 10^{-9}\,C$ im elektrischen Feld des Kondensators erfährt.

$$F_{el} = q \cdot E = 7,5 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 7,5 \cdot 10^4\,\tfrac{N}{C} \approx 5,6 \cdot 10^{-4}\,N$$

12.2 Berechnen Sie die Arbeit die nötig ist, um die Ladung von einer Platte zur anderen zu befördern.

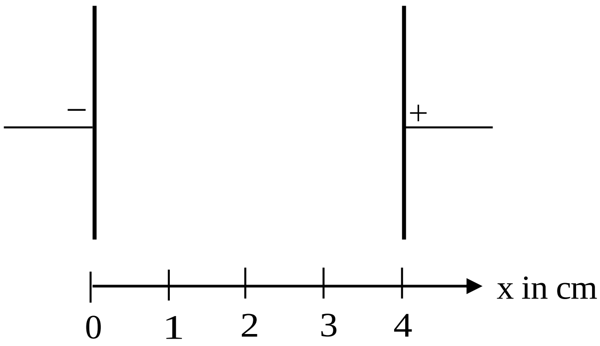
$$W = F_{el} \cdot d = q \cdot E \cdot d = 7,5 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 7,5 \cdot 10^4\,\tfrac{N}{C} \cdot 0,05\,m \approx 2,8 \cdot 10^{-5}\,J$$

13. Ein Plattenkondensators ist so aufgestellt, dass die Feldlinien vertikal von oben nach unten verlaufen. Die elektrische Feldstärke beträgt $E = 4,5 \cdot 10^4\,\frac{N}{C}$.
In den Feldraum des Kondensators bringt man eine kleine geladene Kugel, dessen Masse genau $m = 0,025\,g$ beträgt. Berechnen Sie die Ladung der Kugel, wenn diese schwebt. Welche Ladung trägt die Kugel?

$$\vec{F}_{el} + \vec{F}_G = \vec{0}$$
$$\vec{F}_{el} = -\vec{F}_G$$
$$qE = -mg$$
$$q = -\frac{mg}{E} = -\frac{2,5 \cdot 10^{-5}\,kg \cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}}{4,5 \cdot 10^4\,\frac{N}{C}} \approx -5,5 \cdot 10^{-9}\,C$$

14.1

15.0 Im Innenraum eines Plattenkondensators herrscht ein homogenes Feld mit der elektrischen Feldstärke $E = 1,0 \cdot 10^5\,\frac{N}{C}$. Die Platten haben einen Abstand von $d = 4,0\,cm$. Ein Körper mit der Ladung $q = 1,0\,nC$ soll von der negativen Platte zur positiven Platte verschoben werden.



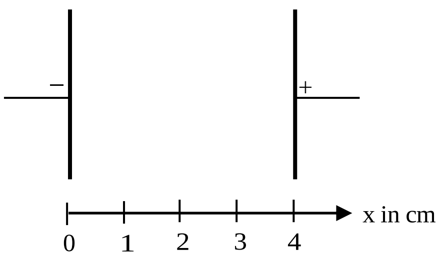
15.1 Stellen Sie die potentielle Energie E_{pot} der Ladung q in Abhängigkeit vom Abstand x graphisch dar, wenn das Nullniveau der potenziellen Energie auf der negativen Platte liegt.

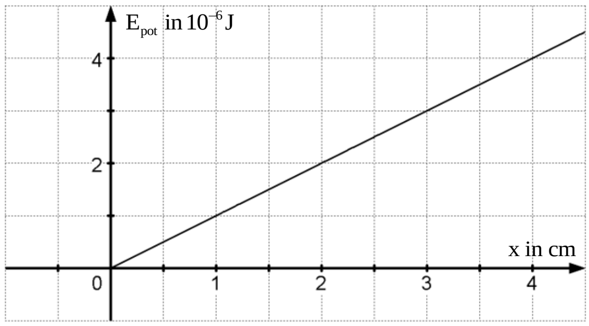
Lösung:

$$\left.\begin{aligned} W_{0x} &= -\vec{F}_C \cdot \vec{s} = -q \cdot \vec{E} \cdot \vec{s} = qE\left(x - 0\right) = qEx \\ W_{0x} &= \Delta E_{pot} = E_{pot}(x) - \underbrace{E_{pot}(0)}_{=0} = E_{pot}(x) \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{pot}(x) = qEx$$

$E_{pot}(x) = 1,0 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 1,0 \cdot 10^5\,\frac{N}{C} \cdot x = 1,0 \cdot 10^{-4}\,N \cdot x$

Bemerkung: $\vec{E}$ und $\vec{s}$ sind entgegengesetzt gerichtet!





Alternativ:

$$\left.\begin{aligned} W_{0r} &= -\int_0^x \vec{F}_C \cdot d\vec{r} = -\int_0^x -F_C \cdot dr = F_C \int_0^x dr = qE \cdot \left[r\right]_0^x = qEx \\ W_{0x} &= \Delta E_{pot} = E_{pot}(x) - \underbrace{E_{pot}(0)}_{=0} = E_{pot}(x) \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{pot}(x) = qEx$$

$\vec{F}_C \cdot d\vec{r} = -F_C \cdot dr$ da $\vec{F}_C$ und $d\vec{r}$ entgegengesetzt gerichtet sind

15.2 Der Körper mit der Ladung q wird bei $x = d$ aus dem Ruhezustand freigegeben. Berechnen Sie die Auftreffgeschwindigkeit v_E auf der negativ geladenen Kondensatorplatte und die Flugdauer t_F des Körpers, wenn dieser die Masse $m = 2,0\,\mu g$ hat.

Lösung: Es gilt für die Beschleunigungsarbeit W_a

$$\begin{aligned} W_a &= W_{0x} = E_{pot}(x) \\ \tfrac{1}{2} m v_E^2 &= qEx \\ v_E &= \sqrt{\tfrac{2qEx}{m}} \end{aligned}$$

$$v_E = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-9}\,\text{C} \cdot 1{,}0 \cdot 10^{5}\,\tfrac{\text{N}}{\text{C}} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-2}\,\text{m}}{2{,}0 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}}} \approx 63\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die beschleunigende Kraft F_a auf die Ladung q ist die Coulombkraft F_C. Es gilt:

$$F_a = F_C$$
$$ma = qE$$
$$a = \tfrac{qE}{m}$$

Es gilt: $v_E = at_F \quad \Rightarrow \quad t_F = \frac{v_E}{a} = \frac{mv_E}{qE} = \frac{2{,}0 \cdot 10^{-9}\,\text{kg} \cdot 63{,}3\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}0 \cdot 10^{-9}\,\text{C} \cdot 1{,}0 \cdot 10^{5}\,\tfrac{\text{N}}{\text{C}}} \approx 1{,}3 \cdot 10^{-3}\,\text{s}$

16. Ein Plattenkondensator mit dem Plattenabstand $d = 5{,}0\text{cm}$ besitzt die elektrische Feldstärke $E = 4{,}2 \cdot 10^{6}\,\tfrac{\text{N}}{\text{C}}$. Zeichnen Sie das zugehörige $x - \rho -$ Diagramm.

17.0 Ein Plattenkondensator mit der Fläche $A = 5{,}0\,\text{dm}^2$ und dem Plattenabstand $d = 4{,}0\,\text{cm}$ ist mit einer Stromquelle der Gleichspannung $U = 100\,\text{V}$ verbunden.

17.1 Berechne die Kapazität des Kondensators, seine Ladung und den Betrag der Feldstärke im homogenen Feld.

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\tfrac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \frac{0{,}05\,\text{m}^2}{0{,}040\,\text{m}} = 11\,\text{pF}$$

$$C = \frac{Q}{U} \quad \Rightarrow \quad Q = CU = 11 \cdot 10^{-12}\,\text{F} \cdot 100\,\text{V} = 1{,}1 \cdot 10^{-9}\,\text{As} = 1{,}1\,\text{nC}$$

$$E = \frac{U}{d} = \frac{100\,\text{V}}{0{,}040\,\text{m}} = 2{,}5 \cdot 10^{3}\,\tfrac{\text{V}}{\text{m}}$$

17.2 Wie ändern sich Kapazität, Ladung und Betrag der Feldstärke, wenn der Plattenabstand der n-te Teil des ursprünglichen Abstandes wird und der Kondensator mit der Stromquelle verbunden bleibt.
Die ursprünglichen Größen werden jetzt mit C_0, Q_0 und E_0 bezeichnet, die neuen mit C_1, Q_1 und E_1.

Da der Kondensator mit der Stromquelle verbunden bleibt, ändert sich die Spannung U nicht; ferner bleibt die Kondensatorfläche A konstant.
Mit $d_n = \tfrac{1}{n} d_0$ ergibt sich aus $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$, $C = \frac{Q}{U}$ und $E = \frac{U}{d}$:

$$C_n = \varepsilon_0 \frac{A}{d_n} = \varepsilon_0 \frac{A}{\tfrac{1}{n} d_0} = n \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{d_0} = nC_0$$

$$Q_n = C_n U = n \cdot C_0 \cdot U = nQ_0$$

$$E_n = \frac{U}{d_n} = \frac{U}{\frac{1}{n}\cdot d_1} = n\cdot\frac{U}{d_0} = nE_0$$

Kapazität, Ladung und Feldstärke werden je n-mal so groß.

18.0 Gegeben sind drei Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_1 = 8{,}16\,\text{nF}$, $C_2 = 5{,}44\,\text{nF}$ und $C_3 = 1{,}36\,\text{nF}$.

18.1 Wie muss man die drei Kondensatoren schalten um 1. die größte, 2. die kleinste Kapazität zu erhalten? Wie groß sind diese Kapazitäten?

Die größte Kapazität erhält man, wenn man die drei Kondensatoren parallel schaltet. Somit gilt für die Gesamtkapazität dieser Schaltung:

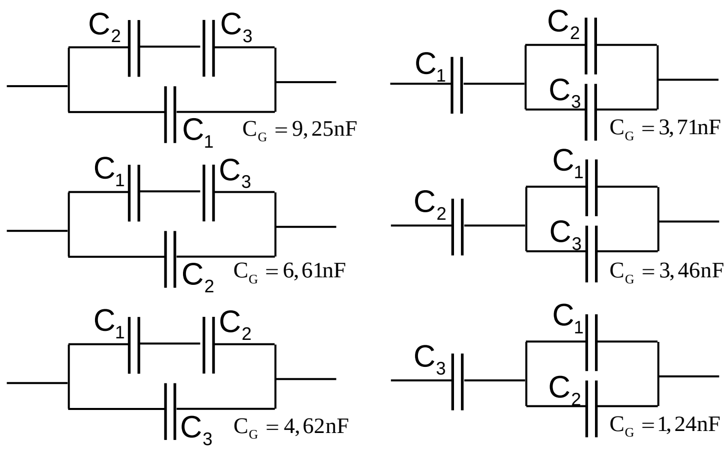
$$C_{Ges} = C_1 + C_2 + C_3 = ... = 14{,}96\,\text{nF}$$

Die kleinste Kapazität erhält man, wenn die drei Kondensatoren in Reihe schaltet. Dann folgt für die Gesamtkapazität dieser Schaltung:

$$\frac{1}{C_{Ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad\Rightarrow\quad C_{Ges} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = ... = 0{,}96\,\text{nF}$$

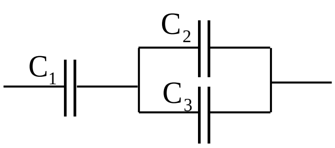
18.2 Wie viele unterschiedliche Kapazitäten lassen sich aus diesen drei Kondensatoren herstellen, wenn für eine Schaltung immer alle drei Kondensatoren verwendet werden und diese parallel und/oder in Reihe geschaltet werden?

Es gibt insgesamt 8 verschiedene Möglichkeiten die drei Kondensatoren zu verschalten und somit lassen sich 8 verschiedene Kapazitäten bilden.



Oder eben alle drei Kapazitäten in Reihe oder parallel geschaltet (siehe Aufgabe 18.1)

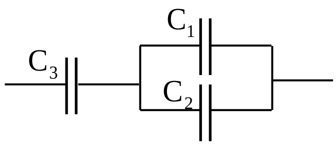
18.3 Berechnen Sie für folgende Schaltung die Gesamtkapazität!



$$C_{23} = C_2 + C_3 = ... = 6{,}8\,\text{nF}$$
$$\frac{1}{C_{Ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} \quad \Rightarrow \quad C_{Ges} = \frac{C_1 \cdot C_{23}}{C_1 + C_{23}} = ... \approx 3{,}71\,\text{nF}$$

18.4 Für einen Versuch wird ein Kondensator der Kapazität $C = 1{,}20\,\text{nF} \pm 5\%$ benötigt. Wie schaltet man die drei Kondensatoren, um die gewünschte Kapazität zu bekommen? Wie groß ist diese Kapazität?

$$C_{12} = C_1 + C_2 = ... = 13{,}6\,\text{nF}$$
$$\frac{1}{C_{Ges}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{12}} \quad \Rightarrow \quad C_{Ges} = \frac{C_3 \cdot C_{12}}{C_3 + C_{12}} = ... \approx 1{,}24\,\text{nF}$$



19.1 Welche Energie speichert der Kondensator eines Elektronenblitzgerätes bei $U = 600\,\text{V}$ und $C = 80\,\mu\text{F}$?

$$E_{el} = \tfrac{1}{2} C U^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 80 \cdot 10^{-6}\,\text{F} \cdot (600\,\text{V})^2 = 14\,\text{J}$$

19.2 Wie groß ist die mittlere Lichtleistung in Watt, wenn die Lampe mit dieser Energie eine Zeit von $t = \tfrac{1}{500}\,\text{s}$ lange brennt und ca. 15% der Energie in Licht verwandelt werden?

$$P = 0{,}15 \cdot \frac{W}{t} = 0{,}15 \cdot \frac{14\,\text{J}}{0{,}002\,\text{s}} = 1{,}1\,\text{kW}$$

20.0 Zwei Aluminiumfolien der Länge $\ell = 3{,}0\,\text{m}$ und der Breite $b = 5{,}0\,\text{cm}$ werden durch Wachspapier der Dicke $d = 50\,\mu\text{m}$ gegeneinander isoliert und zu einem Blockkondensator aufgewickelt. Dabei werden beide Seiten jeder Folie wirksam.

20.1 Berechnen Sie die Kapazität dieses Kondensators, wenn die relative Dielektrizitätskonstante des Wachspapiers $\varepsilon_r = 2{,}4$ ist?

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\tfrac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 2{,}4 \cdot \frac{2 \cdot 0{,}05\,\text{m} \cdot 3{,}0\,\text{m}}{0{,}00005\,\text{m}} = 1{,}3 \cdot 10^{-7}\,\text{F}$$

20.2 Welche Ladung und welche Energie speichert der Kondensator bei einer Spannung von $U = 200\,\text{V}$?

$$Q = C \cdot U = 1{,}3 \cdot 10^{-7}\,\text{F} \cdot 200\,\text{V} = 2{,}6 \cdot 10^{-5}\,\text{C}$$
$$E_{el} = \tfrac{1}{2} C U^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-7}\,\text{F} \cdot (200\,\text{V})^2 = 2{,}6 \cdot 10^{-3}\,\text{J}$$

21.0 An einem Plattenkondensator mit einer Plattenfläche von $A = 0,90\,\mathrm{m}^2$ und einem Plattenabstand $d_1 = 2,00\,\mathrm{mm}$ wird eine Spannung von $U = 480\,\mathrm{V}$ angelegt. Dielektrikum ist Luft. Danach werden die Platten von der Spannungsquelle getrennt.

21.1 Wie groß ist die aufgenommene Ladung?

$$Q = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} U = 1,9 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$$

21.2 Mit welcher Kraft ziehen sich die Platten gegenseitig an?

$$F_{el.} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 A \frac{U^2}{d_1^2} = 0,23\,\mathrm{N}$$

21.3 Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte Energie E_1 beim Abstand d_1?

$$E_1 = \tfrac{1}{2} C U^2 = 4,6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

21.4 Anschließend zieht man die Platten auf den größeren Abstand $d_2 = 4,00\,\mathrm{mm}$ auseinander. Welche Arbeit ist dazu erforderlich?

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \tfrac{1}{2} C_2 U_2^2 - \tfrac{1}{2} C_1 U_1^2 \overset{E=\text{konst}}{=} \tfrac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \frac{A}{d_2} \cdot E^2 d_2^2 - \varepsilon_0 \frac{A}{d_1} \cdot E^2 d_1^2 \right)$$

$$\Delta W = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 A \cdot E^2 \left(d_2 - d_1\right) = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 A \cdot \left(\frac{U}{d_1}\right)^2 \left(d_2 - d_1\right) = \ldots = 4,6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

21.5 Wie groß ist jetzt die Kraft zwischen den beiden Platten? Stelle F in Abhängigkeit von d graphisch dar (ohne Maßstab)!

$$F_{el.} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 A \frac{U^2}{d^2} = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 A E^2 = \ldots = 0,23\,\mathrm{N} \quad (\text{da } E = \text{konst.})$$

21.6 Beim Plattenabstand d_2 werden die beiden Platten leitend miteinander verbunden. Berechne die elektrische Energie, die dabei in Wärmeenergie umgesetzt wird!

$$E_{el} = E_1 + \Delta W = \ldots = 9,2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

22.0 Der Plattenkondensator von Aufgabe 21.0 bleibt nach dem Anlegen der Spannung $(U = 480\,V)$ mit der Spannungsquelle verbunden:

22.1 Welche Änderung der Feldenergie ergibt sich, wenn man die Platten von Abstand $d_1 = 2{,}00\,mm$ auf den Abstand $d_2 = 4{,}00\,mm$ auseinanderzieht?

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \tfrac{1}{2}C_2U_2^2 - \tfrac{1}{2}C_1U_1^2 \overset{U_1=U_2=U=\text{konst}}{=} \tfrac{1}{2}U^2\left(C_2 - C_1\right) = \tfrac{1}{2}U^2\left(\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d_2} - \varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{d_1}\right)$$

$$\Delta W = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r A\cdot U^2\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1}\right) = ... = -2{,}30\cdot 10^{-4}\,J$$

22.2 Wie groß ist jetzt der Energieinhalt des Kondensators beim Abstand $d_2 = 4{,}00\,mm$? Vergleiche mit dem Energieinhalt bei $d_1 = 2{,}00\,mm$!

$$E_2 = \tfrac{1}{2}C_2U_2^2 = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\cdot\frac{A}{d_2}\cdot U_2^2 = ... = 2{,}30\cdot 10^{-4}\,J$$

$$E_1 = \tfrac{1}{2}C_1U_1^2 = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\cdot\frac{A}{d_1}\cdot U_1^2 = ... = 4{,}59\cdot 10^{-4}\,J$$

22.3 Wohin geht die elektrische Energie, um die der Energieinhalt des Kondensators abnimmt, und die mechanische Energie, die für das Trennen der Platten aufgewendet wurde?

Die Energie wird über die Spannungsquelle an das öffentliche Netz abgegeben.

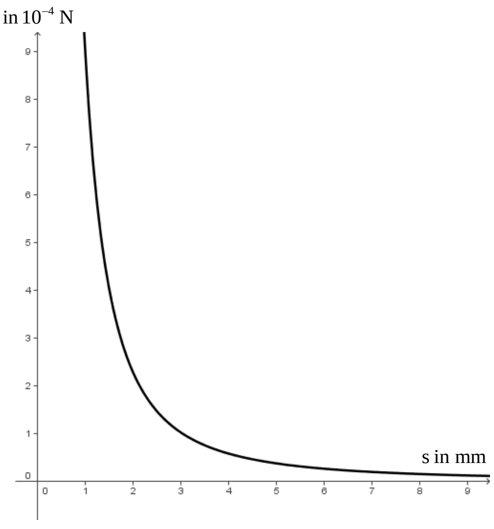
22.4 Wie groß ist jetzt die Kraft zwischen den Platten bei $d_2 = 4{,}00\,mm$? Stelle F in Abhängigkeit von d graphisch dar (ohne Maßstab)!

$$\Delta W = F\cdot\Delta s \quad\Rightarrow\quad F = \frac{\Delta W}{\Delta s} = \frac{\Delta E}{\Delta s} = \overset{\Delta s\to 0}{=} \frac{dE}{ds}$$

$$E = \tfrac{1}{2}CU^2 = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{s}U^2 \quad\Rightarrow\quad F = \frac{dE}{ds} = -\tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{s^2}U^2$$

Da die Richtung der Kraft hier nicht interessiert sondern nur der Betrag folgt:

$$F = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{A}{s^2}U^2 = ... = 5{,}7\cdot 10^{-2}\,N$$



23.0 **(Abitur Gk A1-2 1998)** Eine positiv geladene Wolke in einer Höhe von $h = 400\,\text{m}$ bildet zusammen mit dem Erdboden einen Plattenkondensator der Fläche $A = 8,0\,\text{km}^2$. Zwischen Wolke und Erde herrscht eine Feldstärke von $E = 1,2 \cdot 10^5\,\frac{\text{V}}{\text{m}}$, die so hoch ist, dass eine Entladung durch die Luft (Blitz) unmittelbar bevorsteht.

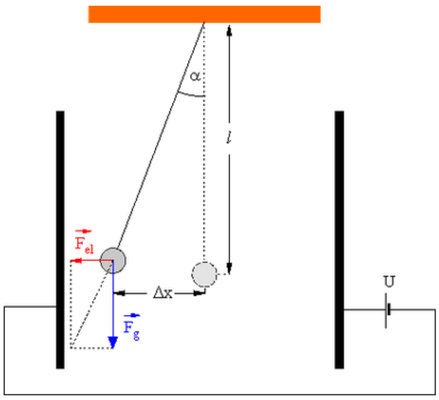
23.1 Berechnen Sie die Ladungsmenge Q der Wolke sowie die Spannung U, die zwischen Wolke und Boden herrscht.

23.2 Ermitteln Sie die Ladungsmenge q, die ein kugelförmiges Wassertröpfchen mit Durchmesser $d = 2,0\,\text{mm}$ und einer Dichte von $\rho = 1,0\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ haben müsste, wenn es vor der Entladung der Wolke zwischen dieser und der Erde bei Windstille gerade schweben würde. (Der Auftrieb in der Luft ist zu vernachlässigen.)

23.3 Berechnen Sie, wie lange die Entladung der Wolke dauern würde, wenn die mittlere Stromstärke des Blitzes $I = 4,0\,\text{kA}$ betragen würden.

23.4 Noch bevor es zu einer Entladung kommt, drückt ein Fallwind die Wolke auf eine niedrigere Höhe herab. Die Ladung der Wolke bleibe dabei konstant.
Erläutern Sie, wie sich dadurch qualitativ die elektrische Feldstärke zwischen Wolke und Erde ändert. Begründen Sie kurz, ob eine Entladung der Wolke dadurch wahrscheinlicher werden würde.

24.0 **(Abitur Gk A1-2 2008)** Zwei kreisförmige Metallplatten mit dem Radius $r = 30\,\text{cm}$, die parallel im Abstand $d = 10\,\text{cm}$ angeordnet sind, bilden einen Plattenkondensator. In der Mitte zwischen den Platten hängt an einem isolierten Faden der Länge $\ell = 1,2\,\text{m}$ eine kleine, geladene Metallkugel der Masse $m = 0,25\,\text{g}$.
Legt man an den Kondensator die Spannung $U = 2,0\,\text{kV}$ an, so wird die Kugel horizontal um $\Delta x = 4,0\,\text{cm}$ aus ihrer Ruhelage ausgelenkt.



Influenzeffekte sollen nicht berücksichtigt werden, das Feld im Inneren des Kondensators darf als homogen angenommen werden.

24.1 Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators.

24.2 Ermitteln Sie die Weite des Auslenkwinkels α. Berechnen Sie mit Hilfe der Gewichtskraft den Betrag der elektrischen Kraft F_{el} auf die Metallkugel.

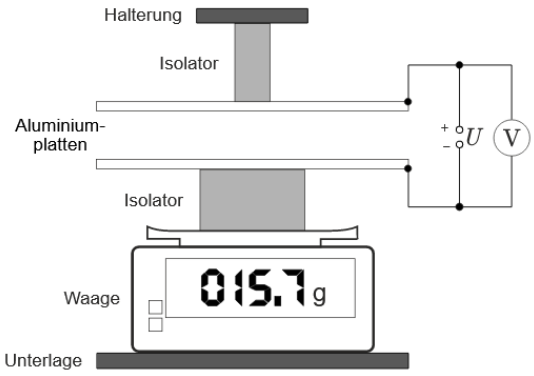
$\left[\text{Zur Kontrolle}: F_{el} = 8,2 \cdot 10^{-5}\,\text{N}\right]$

24.3 Berechnen Sie den Betrag der Feldstärke E des homogenen elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten und den Betrag der Ladung Q, welche die Metallkugel trägt.

24.4 Begründen Sie kurz, wie sich die Auslenkung der Kugel ändert, wenn bei konstanter Spannung der ursprüngliche Plattenabstand vergrößert wird.

24.5 Nun wird der Faden durchtrennt. Beschreiben Sie qualitativ die Bewegung der Metallkugel innerhalb des Plattenkondensators und begründen Sie Ihre Antwort.

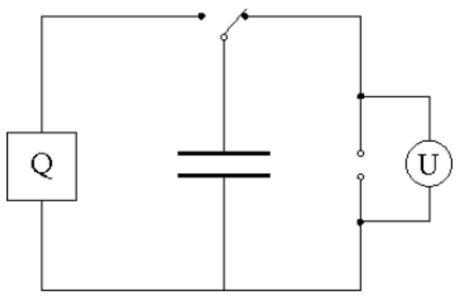
25.0 **(Abitur BY 2018 Ph11 A2 1)** Die quadratischen Platten eines Kondensators haben die Seitenlänge $a = 28,0\,\text{cm}$ und den Abstand $d = 6,0\,\text{mm}$. Im geladenen Zustand ziehen sie sich mit einer Kraft vom Betrag F an. Dieser Kraftbetrag wir mithilfe einer Präzisionswaage in Abhängigkeit von der Kondensatorspannung U bestimmt (siehe Abbildung). Es kann angenommen werden, dass sich der Abstand d während der Messung nicht ändert.



U in kV	1,1	1,9	3,0	4,0
F in mN	12	35	86	154

25.1 Berechnen Sie zunächst die Kapazität des Kondensators.
25.2 Erläutern Sie ausgehend von einer Kraftbetrachtung, wie mithilfe des Versuchsaufbaus der Kraftbetrag F bestimmt wird.
25.3 Die abgebildete Tabelle enthält Wertepaare für U und F. Zeigen Sie, dass diese den Zusammenhang $F = k \cdot U^2$ bestätigen, wobei k eine Konstante ist.
Ermitteln Sie einen möglichst genauen experimentellen Wert k_{exp} für die Konstante.
25.4.0 Aus theoretischen Überlegungen ergibt sich für den Kraftbetrag F der Zusammenhang $F = \frac{1}{2} \cdot E \cdot Q$. Dabei bezeichnet E die elektrische Feldstärke im Kondensator und Q seine Ladung.
25.4.1 Zeigen Sie exemplarisch anhand eines Wertepaares, dass die Versuchsergebnisse diesen Zusammenhang bestätigen.
25.4.2 Weisen Sie nach, dass für die Konstante k die Beziehung $k = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{a^2}{d^2}$ gilt. Berechnen Sie damit den theoretischen zu erwartenden Wert k_{th}.

26.0 **(Abitur BY 2005 Gk A1-2)** Zur Bestimmung der elektrischen Feldkonstante ε_0 wird ein Kondensator benutzt. Dieser besteht aus zwei kreisförmigen Platten mit dem Radius $r = 15\,\text{cm}$, die durch kleine Abstandshalter der Höhe $h = 2,0\,\text{mm}$ getrennt sind und genau übereinander liegen. Der Kondensator wird auf verschiedene Spannungen aufgeladen und dann jeweils über ein Ladungsmessgerät entladen. Es ergeben sich folgende Messwerte:



U in V	100	150	200	250	300	350
Q in nC	35	56	69	90	110	124

26.1 Tragen Sie die Messwerte in ein Koordinatensystem (U-Q-Diagramm) ein. Zeichnen Sie eine Ausgleichshalbgerade ein. Begründen Sie, warum diese Gerade den Ursprung enthalten muss. Bestimmen Sie die Steigung der Geraden und geben Sie die physikalische Bedeutung der Steigung an.
26.2 Bestimmen Sie mithilfe ihres Ergebnisses aus voriger Aufgabe den Wert der elektrischen Feldkonstante und berechnen Sie deren prozentuale Abweichung vom Literaturwert.

26.3 Die obere Kondensatorplatte wird nun etwas in horizontaler Richtung verschoben und der Versuch bei gleichen Spannungswerten wiederholt.
Zeichnen Sie in das Diagramm von Aufgabe 1 den Graphen einer möglichen Messreihe ein und Begründen Sie seinen Verlauf.
Erläutern Sie, welche Änderung sich im Graphen ergeben würde, wenn nun zusätzlich noch höhere Abstandshalter verwendet werden würden.

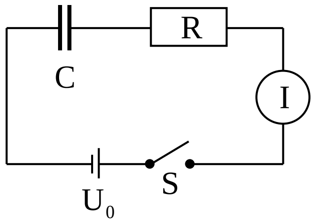
27 (**AP 2006 Aufgabe 3**)

2.0 Ein Kondensator mit der Kapazität C und ein ohmscher Widerstand $R = 100\,k\Omega$ sind in Reihe geschaltet und werden zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,s$ durch Schließen eines Schalters an eine Gleichspannungsquelle mit der Spannung $U_0 = 2{,}00\,kV$ angeschlossen. Der zeitliche Verlauf der Aufladestromstärke I wird experimentell untersucht. Es ergeben sich folgende Ergebnisse:

t in s	2,0	4,0	8,0	12,0	16,0	20,0
I in mA	12,0	7,4	2,7	1,0	0,4	0,1

2.1 Zeichnen Sie eine Schaltskizze zu diesem Versuch.

Schaltskizze:



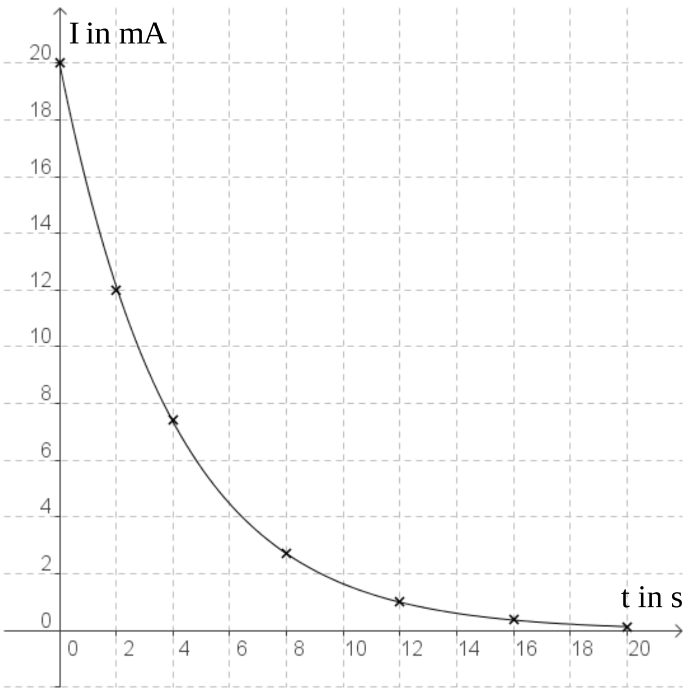
Zusätzlich ist noch ein Uhr nötig um die Zeit zu messen.

2.2 Berechnen Sie die Aufladestromstärke I_0 für den Zeitpunkt $t_0 = 0\,s$ und zeichnen Sie das $t - I - \text{Diagramm}$.
Maßstab: $2{,}0\,s \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$; $2{,}0\,mA \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$

Zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,s$ trägt der Kondensator noch keine Ladung. Somit fließt die gesamte Stromstärke durch den Wiederstand R. Somit folgt für die Aufladestromstärke I_0:

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

$$I_0 = \frac{2{,}00 \cdot 10^3\,V}{100 \cdot 10^3\,\Omega} = \underline{\underline{20{,}0\,mA}}$$

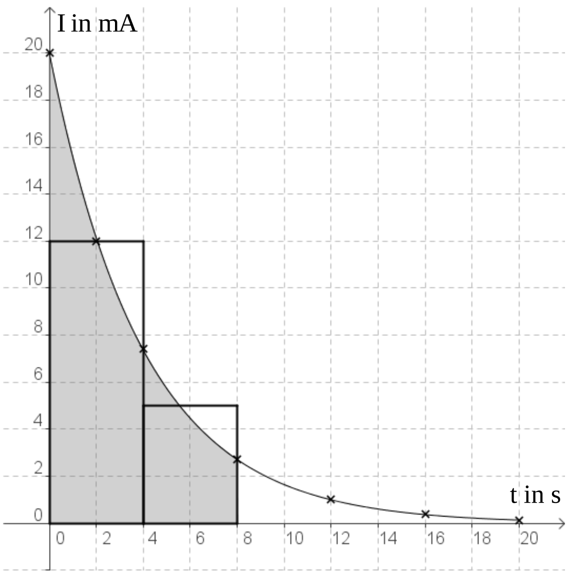


2.3 Berechnen Sie die Spannung $U_C(t_1)$, die zum Zeitpunkt $t_1 = 8,0\,s$ am Kondensator anliegt.
$[\text{Ergebnis}: U_C(t_1) = 1,73\,kV]$

Im Stromkreis gilt für die Spannungsabfälle: $U_0 = U_C(t) + U_R(t)$
Hieraus folgt: $U_C(t) = U_0 - U_R(t)$
Zum Zeitpunkt $t_1 = 8,0\,s$ liegt dann die Spannung
$U_C(t_1) = U_0 - U_R(t_1) = U_0 - R \cdot I_R(t_1)$ am Kondensator an. Also:
$U_C(8,0\,s) = 2,00 \cdot 10^3\,V - 100 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 2,7 \cdot 10^{-3}\,A = \underline{\underline{1,73 \cdot 10^3\,V}}$

2.4 Bis zum Zeitpunkt $t_1 = 8,0\,s$ fließt auf den Kondensator die Ladung $Q(t_1)$. Kennzeichnen Sie $Q(t_1)$ im $t-I-$Diagramm von 2.2 und bestimmen Sie anhand des Diagramms einen Näherungswert für die Ladung $Q(t_1)$.
Hinweis: Es genügt, mit einer graphischen Methode einen Näherungswert für $Q(t_1)$ zu bestimmen.
$[\text{mögliches Ergebnis}: Q(t_1) = 69\,mAs]$

Die Ladungsmenge Q entspricht der Fläche im $t-I-$Diagram. Die graue Fläche ist somit ein Maß für die bis zum Zeitpunkt t_1 geflossene Ladungsmenge Q.
Da der Funktionsterm nicht bekannt ist, muss die Fläche näherungsweise berechnet werden. Dazu zeichnet man Quadrate (oder auch Dreiecke oder Trapeze) so ein, dass „wegfallende“ Teilflächen durch „überstehende“ Teilflächen ersetzt werden.



Für die Ladungsmenge Q erhält man somit:
$Q = 4,0\,s \cdot 12 \cdot 10^{-3}\,A + 4,0\,s \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,A = 68 \cdot 10^{-3}\,C = 68\,mC$

2.5 Berechnen Sie die Kapazität C des Kondensators.

Für den Plattenkondensator gilt:
$$Q(t_1) = C \cdot U_C(t_1) \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q(t_1)}{U_C(t_1)} = \frac{68 \cdot 10^{-3}\,C}{1,73 \cdot 10^3\,V} = 39 \cdot 10^{-6}\,F = \underline{\underline{39\,\mu F}}$$

3.0 Ein Plattenkondensator mit Luft als Dielektrikum $\left(\varepsilon_{r,Luft} = 1{,}0\right)$, dem Plattenabstand $d = 8{,}0\,mm$ und der Plattenfläche $A = 720\,cm^2$ wird an eine Gleichspannungsquelle mit der Spannung $U_0 = 2{,}00\,kV$ angeschlossen und bleibt mit der Spannungsquelle verbunden.

3.1 Berechnen Sie die Ladung Q, die auf den Kondensator fließt, und den Energieinhalt W_{el} des elektrischen Feldes, das zwischen den geladenen Platten des Kondensators herrscht.

Für die Ladungsmenge Q gilt:

$$Q = C_0 \cdot U_0 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \cdot U_0$$

$$Q = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\tfrac{As}{Vm} \cdot 1{,}0 \cdot \frac{720 \cdot 10^{-4}\,m^2}{8{,}0 \cdot 10^{-3}\,m} \cdot 2{,}00 \cdot 10^3\,V = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-7}\,C}}$$

Somit folgt dann für den Energieinhalt W_{el}:

$$W_{el} = \tfrac{1}{2} \cdot Q \cdot U_0 = \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-7}\,C \cdot 2{,}00 \cdot 10^3\,V = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-4}\,J}}$$

3.2.0 Eine Platte aus Kunststoff (Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r = 5{,}4$) wird innerhalb von $5{,}0\,s$ zwischen die Kondensatorplatten gleichmäßig eingeschoben und füllt schließlich den Raum zwischen den Kondensatorplatten vollständig aus.

3.2.1 Erläutern Sie, warum während des Einschiebens der Kunststoffplatte ein Strom fließt.

Da $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$, erhöht sich beim Einschieben der Kunststoffplatte die Kapazität C des Kondensators.
Der Kondensator bleibt an der Spannungsquelle angeschlossen (U ist somit konstant). Somit fließen nach $Q = C \cdot U$ Ladungen aus der Spannungsquelle auf den Kondensator, es fließt ein Ladestrom.

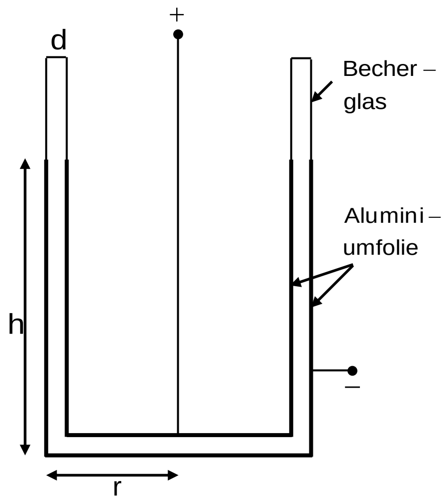
3.2.2 Berechnen Sie die während des Einschiebens der Kunststoffplatte auftretende mittlere Stromstärke $\overline{I}$.

$$\overline{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_2 - Q_1}{\Delta t} = \frac{C_2 \cdot U - C_1 \cdot U}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \cdot U - \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U}{\Delta t} = \frac{\left(\varepsilon_r - 1\right) \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U}{\Delta t}$$

$$\overline{I} = \frac{\left(5{,}4 - 1\right) \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm} \cdot \frac{720 \cdot 10^{-4}\,m^2}{8{,}0 \cdot 10^{-3}\,m} \cdot 2{,}00 \cdot 10^3\,V}{5{,}0\,s} = \underline{\underline{1{,}4 \cdot 10^{-7}\,A}}$$

28 **(FOS 2004 Aufgabe 1)**

2.0 In der Frühzeit der Erforschung der Elektrizität (um 1750) konnte man elektrische Energie nu in so genannten „Leidener Flaschen“ speichern. Eine Leidener Flasche ist ein zylindrisches Becherglas, das innen und außen mit Aluminiumfolie beklebt ist. Es stehen sich also wie bei einem Plattenkondensator zwei gegeneinander isolierte Metallflächen gegenüber; der „Plattenabstand“ ist gleich der Dicke des Glases. Wegen der geringen Dicke des Glases sind die Flächeninhalte der inneren und der äußeren Aluminiumfolie als gleich groß anzusehen.
Der kreisförmige Boden einer Leidener Flasche hat den Radius $r = 4,3\,\text{cm}$. Der Boden ist vollständig, die zylindrische Wand bis zur Höhe $h = 20,0\,\text{cm}$ innen und außen mit Aluminiumfolie beklebt. Die Glasdicke beträgt $d = 2,5\,\text{mm}$, die Dielektrizitätszahl der Glassorte $\varepsilon_r = 8,0$. Siehe nebenstehende nicht maßstabsgetreue Skizze.
In allen Punkten des elektrischen Feldes zwischen den beiden Aluminiumfolien soll der Betrag der elektrischen Feldstärke gleich groß sein.



2.1 Berechnen Sie die Kapazität C dieser Leidener Flasche. $\left[\text{Ergebnis}: C = 1,7\,\text{nF}\right]$

Für die Kapazität des Plattenkondensators gilt allgemein: $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$

Dabei ist $A = r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$

$$A = (0,043\,\text{m})^2 \cdot \pi + 2 \cdot 0,043\,\text{m} \cdot \pi \cdot 0,200\,\text{m} \approx 5,98 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^2$$

Somit folgt: $C = 8,854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 8,0 \cdot \frac{5,98 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^2}{2,5 \cdot 10^{-3}\,\text{m}} \approx 1,7\,\text{nF}$

2.2 Unter der „Durchschlagsfestigkeit“ versteht man die maximale elektrische Feldstärke E_{max}, bei der ein Dielektrikum gerade noch isoliert. Für Glas wird die Durchschlagsfestigkeit mit $E_{max} = 30 \cdot 10^6\,\frac{\text{V}}{\text{m}}$ angesetzt.
Berechnen Sie die Spannung U_{max}, die höchstens an die Leidener Flasche angelegt werden kann, und die Ladung Q_{max}, welche die Leidener Flasche bei dieser Spannung speichert.

$$E_{max} = \frac{U_{max}}{d} \quad \Rightarrow \quad U_{max} = E_{max} \cdot d \quad \Rightarrow \quad U_{max} = 30 \cdot 10^6\,\frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}\,\text{m} = 75\,\text{kV}$$

$$Q_{max} = C \cdot U_{max} \quad \Rightarrow \quad Q_{max} = 1,7 \cdot 10^{-9}\,\text{F} \cdot 75 \cdot 10^3\,\text{V} \approx 1,3 \cdot 10^{-4}\,\text{C}$$

2.3.0 Monozellen werden als Stromquellen für Gleichstromkreise verwendet. In den folgenden Teilaufgaben wird untersucht, ob sich ein Leidener Flasche ebenfalls als Stromquelle eignet. Die in 2.0 beschrieben Leidener Flasche wird auf die Spannung $U_0 = 6{,}0\,\text{kV}$ aufgeladen.

2.3.1 Einer Monozelle mit der Spannung $U_M = 1{,}5\,\text{V}$ entnimmt man während der Betriebsdauer $T_B = 25\,\text{h}$ einen konstanten Strom der Stärke $I_M = 0{,}12\,\text{A}$. Bestimmen Sie, um welchen Faktor die aus der Monozelle entnommene Energie größer ist als die in der Leidener Flasche bei einer Spannung $U_0 = 6{,}0\,\text{kV}$ gespeicherten elektrischen Energie.

Für den Faktor n gilt:

$$n = \frac{E_{\text{Mono}}}{E_{\text{L-Flasche}}} = \frac{U_M \cdot I_M \cdot t_B}{\frac{1}{2} C \cdot U_0^2} = \frac{1{,}5\,\text{V} \cdot 0{,}12\,\text{A} \cdot 25 \cdot 60 \cdot 60\,\text{s}}{\frac{1}{2} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-9}\,\text{F} \cdot \left(6{,}0 \cdot 10^3\,\text{V}\right)^2} \approx 5{,}3 \cdot 10^5$$

2.3.2 Die Leidener Flasche wird ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0\,\text{s}$ über einen ohmschen Widerstand $R = 80\,\Omega$ entladen. Vor dem Entladevorgang besitzt die Leidener Flasche bei der Spannung $U_0 = 6{,}0\,\text{kV}$ die Ladung Q_0. Die Abhängigkeit der Ladung Q der Leidener Flasche von der Zeit t wird durch die Gleichung

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

für $t \geq 0\,\text{s}$ beschrieben. Berechnen Sie den Betrag der Stromstärke I für den Zeitpunkt $t_0 = 0\,\text{s}$ und den Zeitpunkt t_E, zu dem die Ladung der Leidener Flasche und somit auch die Stromstärke um 99% abgenommen hat.

Zum Zeitpunkt $t = 0\,\text{s}$ liegt am ohmschen Wiederstand R die volle Spannung U_0 an. Somit gilt:

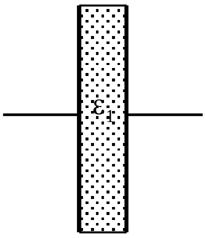
$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{6{,}0 \cdot 10^3\,\text{V}}{80\,\frac{\text{V}}{\text{A}}} = 75\,\text{A}$$

Zum Zeitpunkt t_E gilt:

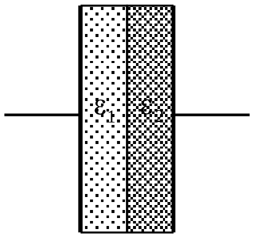
$$\begin{aligned}
Q(t_E) &= 0{,}01 \cdot Q_0 \\
Q_0 \cdot e^{-\frac{t_E}{RC}} &= 0{,}01 \cdot Q_0 && |:Q_0 \\
e^{-\frac{t_E}{RC}} &= 0{,}01 && |\ln(...) \\
-\frac{t_E}{RC} &= \ln(0{,}01) && |\cdot(-RC) \\
t_E &= -RC \cdot \ln(0{,}01) \\
t_E &= -80\,\tfrac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-9}\,\text{F} \cdot \ln(0{,}01) \\
t_E &\approx 6{,}3 \cdot 10^{-7}\,\text{s}
\end{aligned}$$

29. Der Innenraum eines Kondensators mit quadratischen Platten der Größe $a = 20{,}0\,\text{cm}$ wird mit einem Dielektrikum $(\varepsilon_1 = 3{,}7 \text{ und } \varepsilon_2 = 7{,}3)$ der Dicke $d = 2{,}0\,\text{mm}$ befüllt. Berechnen Sie die Kapazität folgender Anordnungen.

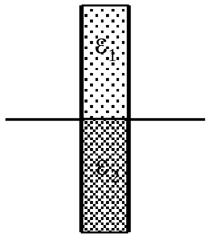
a)



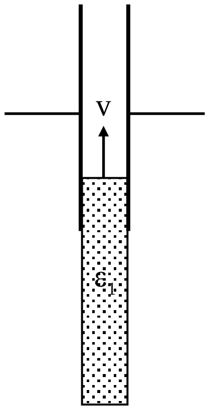
b)



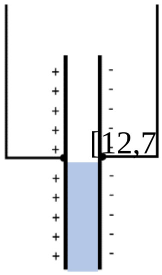
c)



d) Das Dielektrikum wird nun mit der Geschwindigkeit $v = 2{,}5\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ von unten ganz in den Kondensator eingeschoben. Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators in Abhängigkeit von der Zeit t.



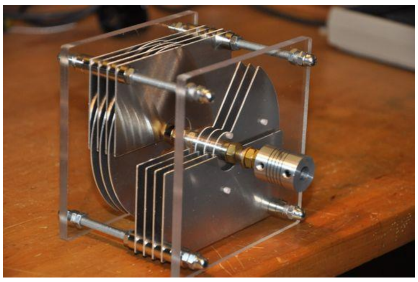
30.0 Ein elektrischer Wasserstands-Melder besteht aus zwei senkrecht stehenden streifenförmigen Metallplättchen $(b = 5{,}0\,\text{cm};\ H = 12\,\text{cm})$, die einen Abstand von $d = 4{,}0\,\text{mm}$ voneinander haben und an eine Spannungsversorgung mit $U = 12\,\text{V}$ angeschlossen sind.



30.1 Berechnen Sie die Ladung Q, welche in den Kondensator nach fließt, wenn destilliertes Wasser (Isolator, $\varepsilon_r = 81$) die Luft zwischen den Plättchen völlig verdrängt. [12,7 nC]

30.2 Zeigen Sie, dass für die Ladung des Kondensators in Abhängigkeit von der Wasserstandshöhe h gilt: $Q_{ges} = \frac{\varepsilon_0 \cdot b}{d} \cdot \left[H + (\varepsilon_r - 1) \cdot h\right] \cdot U$

31. **Drehkondensator (einstellbare Kapazität)**



In die Zwischenräume von vier rechteckigen Aluminiumstreifen mit 4,0 cm x 8,0 cm dringen mittig drei halbkreisförmige Platten ein, die an eine Achse montiert sind und dadurch drehbar sind.
Der Abstand aller Metallplättchen zueinander beträgt 0,8 mm. Der Radius der halbkreisförmigen Scheiben beträgt 4,0 cm. Durch Drehung zwischen 0° und 150° kann die sich überlappende Fläche verändert werden. Bei 0° überlappen sich bereits ein Sechstel der halbkreisförmigen Plattenfläche mit den rechteckigen Streifen. Geben Sie die Kapazität des Drehkondensators in Abhängigkeit vom Drehwinkel α mit eingesetzten Zahlengrößen an.

$$\left[\text{Ergebnis: } C = 28\text{pF} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{30°}\right)\right]$$