

$$1.2.3 \quad E \sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow E = k \cdot \frac{1}{r^2} \Rightarrow \Delta E = k \cdot \Delta \left(\frac{1}{r^2} \right) \Rightarrow k = \frac{\Delta E}{\Delta \left(\frac{1}{r^2} \right)}$$

$$k = \frac{8,1 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{60 \frac{1}{\text{m}^2}} = 1,35 \cdot 10^2 \text{ Vm} \approx 1,4 \cdot 10^2 \text{ Vm}$$

1.2.4 Es gilt:

$$E = k \cdot \frac{1}{r^2} \quad (1) \quad \text{aus 1.2.2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \quad (2) \quad \text{aus Formelsammlung}$$

Durch gleichsetzen erhält man:

$$k \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{Q}{4\pi \cdot k} = \frac{15,0 \cdot 10^{-9} \text{ As}}{4\pi \cdot 1,4 \cdot 10^2 \text{ Vm}} = 8,5 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

2.1 Für die Kapazität C_1 gilt:

$$C_1 = \epsilon_0 \cdot \underbrace{\epsilon_r}_1 \cdot \frac{A}{d_1} = \epsilon_0 \cdot \frac{\ell^2}{d_1} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \frac{(0,32\text{m})^2}{2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

Für die Ladung Q_1 folgt:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} \cdot 40 \text{ V} = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

2.2 Es gilt: $Q = C \cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$ (3)

Für die Änderung des Energieinhalts des elektrischen Feldes im Kondensator gilt:

$$\Delta W_{\text{el}} = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 - \frac{1}{2} C_1 U_1^2 \stackrel{(3)}{=} \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot \left(\frac{Q_2}{C_2} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \left(\frac{Q_1}{C_1} \right)^2 \stackrel{Q_1=Q_2}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1^2}{C_2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1^2}{C_1}$$

$$\Delta W_{\text{el}} = \frac{Q_1^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{Q_1^2}{2} \cdot \left(\frac{d_2}{\epsilon_0 \cdot \ell^2} - \frac{d_1}{\epsilon_0 \cdot \ell^2} \right) = \frac{Q_1^2}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \ell^2} \cdot (d_2 - d_1)$$

$$\Delta W_{\text{el}} = \frac{(1,8 \cdot 10^{-8} \text{ C})^2}{2 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (0,32\text{m})^2} \cdot (3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} - 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}) = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

Die Zunahme des Energieinhalts des elektrischen Feldes entspricht der mechanischen Arbeit, die beim Auseinanderziehen der Platten gegen die Anziehungskräfte der ungleichnamig geladenen Platten verrichtet wird.

2.3.1 Werden die beiden Platten parallel geschaltet, so bleibt die Gesamtladung erhalten. Also gilt:

$$Q_1 = Q_{\text{Ges}}^* = C_{\text{Ges}}^* \cdot U^* = (C_1 + C_p) \cdot U^* \Rightarrow U^* = \frac{Q_1}{C_1 + C_p}$$

$$U^* = \frac{1,8 \cdot 10^{-8} \text{ V}}{4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} + 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}} = 15 \text{ V}$$

2.3.2 Nach dem Trennen tragen die beiden Kondensatoren die Ladungen

$$Q_1^* = C_1 \cdot U^* \quad \text{und} \quad Q_2^* = C_p \cdot U^*$$

Wird nun die positive Platte des einen Kondensators mit der negativen Platte des anderen Kondensators verbunden, so findet ein teilweiser Ladungsaustausch statt. Für die Gesamtladung Q^{**} gilt dann:

$$Q^{**} = Q_2^* - Q_1^*$$

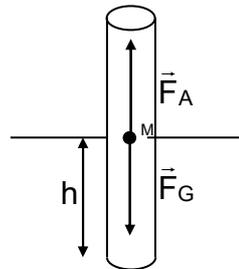
Für die Spannung U^{**} zwischen den Platten folgt:

$$U^{**} = \frac{Q^{**}}{C_{\text{Ges}}} = \frac{Q_2^* - Q_1^*}{C_{\text{Ges}}} = \frac{C_p \cdot U^* - C_1 \cdot U^*}{C_p + C_1} = \frac{C_p - C_1}{C_p + C_1} \cdot U^*$$

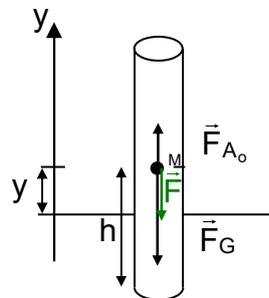
$$U^{**} = \frac{7,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} - 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}}{7,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} + 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}} \cdot 15 \text{ V} = 3,75 \text{ V} \approx 3,8 \text{ V}$$

3.1

Gleichgewichtslage



Auslenkung nach oben



In der Gleichgewichtslage wird die auf das Reagenzglas wirkende Gewichtskraft durch die Auftriebskraft kompensiert. Es gilt:

$$F_G = F_A$$

$$m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V$$

$$m \cdot g = \rho \cdot g \cdot A \cdot h \quad (4)$$

Wird das Reagenzglas nach oben ausgelenkt, dann gilt für die Kraft F :

$$F = F_{A_0} - F_G = \rho \cdot g \cdot A \cdot (h - y) - m \cdot g = \underbrace{\rho \cdot g \cdot A \cdot h}_{m \cdot g} - \rho \cdot g \cdot A \cdot y - m \cdot g = -\rho \cdot g \cdot A \cdot y$$

Somit gilt: $F = \underbrace{-\rho \cdot g \cdot A}_{D} \cdot y = -D \cdot y$ mit $D = \rho \cdot g \cdot A$

Also gilt das lineare Kraftgesetz, das Reagenzglas schwingt harmonisch.

Bemerkung: Da die Auftriebskraft um das aus dem Wasser angehobene Volumenanteil verringert wird, gilt. $F_{A_0} = \rho \cdot g \cdot A \cdot (h - y)$

Für die Periodendauer der harmonischen Schwingung folgt somit

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{\rho \cdot A \cdot g}}$$

3.2.1 Für die Elongation gilt:

$$s(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \rho_0) = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \rho_0\right) = 3,0 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$s(t) = 3,0 \text{ cm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot t\right)$$

3.2.2 $s(t_1) = 3,0 \text{ cm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot t_1\right) = 1,8 \text{ cm} \Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot t_1\right) = 0,6$

$$\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot t_1 = \arccos(0,6) \Rightarrow t_1 = \frac{0,80 \text{ s}}{2\pi} \cdot \arccos(0,6) = 0,12 \text{ s}$$

$$t_2 = T - t_1 = 0,80 \text{ s} - 0,12 \text{ s} = 0,68 \text{ s}$$

3.2.3 $s(t) = 3,0 \text{ cm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot t\right)$

$$v(t) = \dot{s}(t) = -3,0 \text{ cm} \cdot \frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot t\right) = -7,5 \cdot \pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot t\right)$$

$$v(t^*) = v(0,25 \text{ s}) = -7,5 \cdot \pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{0,80 \text{ s}} \cdot 0,25 \text{ s}\right) = -22 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$|v(t^*)| = 22 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Das Reagenzglas bewegt sich zum Zeitpunkt $t^* = 0,25 \text{ s}$ mit einer Geschwindigkeit vom Betrag $0,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nach unten.