

Musterlösung der Abschlussprüfung 2006 Teil 2

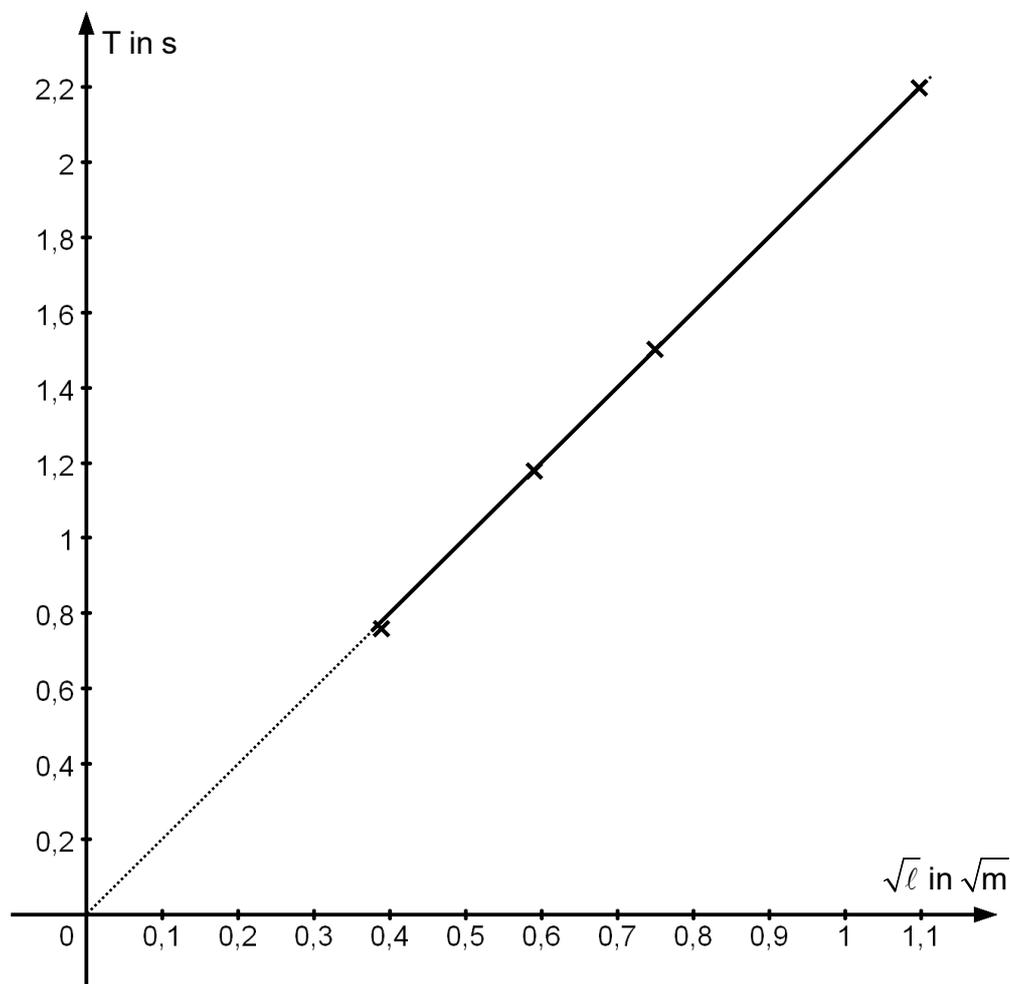
1.1 Der Zusammenhang zwischen T und m wird in den Messungen Nr. 4, 5, 6 und 7 untersucht. (Hier gilt: $l = \text{konst.}$)

Verwendet man nun Pendelkörper verschiedener Massen m , so ist die Periodendauer T (im Rahmen der Messgenauigkeit) immer gleich groß.
Folgerung: Die Periodendauer T ist von der Masse m des Pendelkörpers unabhängig.

1.2 Nun werden die Messungen mit konstanter Masse m untersucht.

Messung Nr.	1	2	3	4
l in cm	120	35	15	55
\sqrt{l} in $\sqrt{\text{m}}$	1,10	0,59	0,39	0,74
T in s	2,20	1,19	0,78	1,50

statt Nr. 4 ginge auch 5/6/7



Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit liegen die Punkte auf einer Ursprungshalbgeraden $\Rightarrow T \sim \sqrt{l} \Rightarrow T = k \cdot \sqrt{l}$ mit $k = \text{konst.}$

1.3.1 Die Amplitude A entspricht der Länge des Bogens (zurückgelegter Weg der Masse m).

$$A = \ell \cdot \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot \alpha = 55 \text{ cm} \cdot \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 10^\circ \approx \underline{\underline{9,6 \text{ cm}}}$$

$$s(t) = A \sin(\omega t + \rho_0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2}\right) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

$$s(t) = 9,6 \text{ cm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{1,50 \text{ s}} \cdot t\right) = 9,6 \text{ cm} \cdot \cos\left(4,19 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$$

1.3.2 Allgemein gilt: $v(t) = -A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow v_R = A \cdot \frac{2\pi}{T}$

$$\text{hier: } v(t) = -9,6 \text{ cm} \cdot \frac{2\pi}{1,50 \text{ s}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1,50 \text{ s}} \cdot t\right) \Rightarrow v_R = 9,6 \text{ cm} \cdot \frac{2\pi}{1,50 \text{ s}} \approx \underline{\underline{0,40 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

1.3.3 Beim Durchgang durch die Ruhelage gilt:

$$F_F = F_G + F_Z = mg + m \frac{v_R^2}{\ell}$$

$$F_F = 0,050 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0,050 \text{ kg} \cdot \frac{\left(0,40 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0,55 \text{ m}} = 0,5050 \dots \text{ N} \approx \underline{\underline{0,51 \text{ N}}}$$

1.3.4 Es gilt: $E_{\text{Ges}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$ mit $E_{\text{kin}} = 0,75 \cdot E_{\text{Ges}}$

$$E_{\text{Ges}} = \frac{3}{4} \cdot E_{\text{Ges}} + E_{\text{pot}}$$

$$\frac{1}{4} \cdot E_{\text{Ges}} = E_{\text{pot}}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} D s^2$$

$$\frac{1}{4} A^2 = s^2$$

$$s_{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{2} A = \underline{\underline{\pm 4,8 \text{ cm}}}$$

1.4.1 Für die Eigenfrequenz $f_{R,2}$ des Pendels Nr. 2 gilt: $f_{R,2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{1,19 \text{ s}} \approx \underline{\underline{0,840 \text{ Hz}}}$

Da die Erregerfrequenz $f_{e,2}$ gleich der Eigenfrequenz $f_{R,2}$ des Pendels Nr. 2 ist wird diesem ein Maximum an Schwingungsenergie übertragen \Rightarrow Resonanzschwingung mit maximalem Auslenkwinkel.

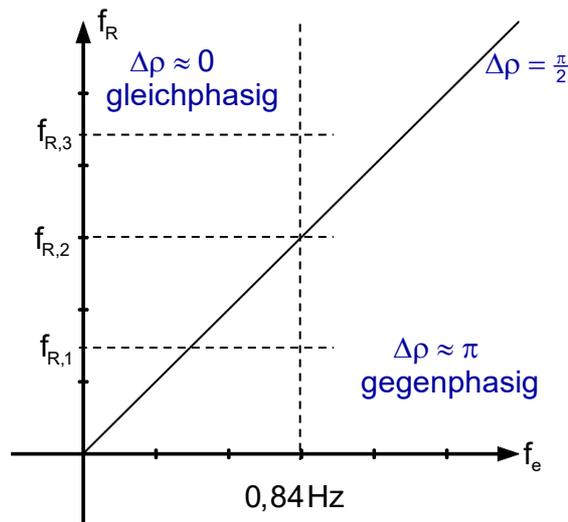
1.4.2 Bei der Erregerfrequenz $f_{e,2}$ hinkt die Schwingung des Pendels Nr. 2 der Erregerfrequenz in der Phase um $\Delta\rho = \frac{\pi}{2}$ hinterher.

Da $f_{R,1} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2,20 \text{ s}} \approx 0,45 \text{ Hz} < 0,84 \text{ Hz} = f_{e,2}$ schwingt das Pendel Nr. 1

nahezu gegenphasig zur Erregerschwingung (Resonanzfrequenz ist kleiner als die Erregerfrequenz). Somit hinkt das Pendel Nr. 1 dem Pendel Nr. 2 in der Phase um etwa $\frac{\pi}{2}$ hinterher.

Da $f_{R,3} = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0,78 \text{ s}} \approx 1,3 \text{ Hz} > 0,84 \text{ Hz} = f_{e,2}$ schwingt das Pendel Nr. 1 nahezu

gleichphasig mit der Erregerschwingung (Resonanzfrequenz ist größer als die Erregerfrequenz). Somit schwingt das Pendel Nr. 3 dem Pendel Nr. 2 in der Phase um etwa $\frac{\pi}{2}$ voraus.



2.1 Beim Durchlaufen des elektrischen Potentials ρ ändert sich die kinetische Energie der Ladung. Somit gilt:

$$\Delta E_{\text{kin}} = \Delta E_{\text{pot}}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_0 = q \cdot \Delta\rho$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = q \cdot U_1$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U_1}{m}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,204 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,20 \cdot 10^3 \text{ V}}{6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \approx \underline{\underline{3,40 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

ODER :

$$W_{\text{el}} = \Delta E_{\text{kin}}$$

$$q \cdot U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 - \underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_0$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = q \cdot U_1$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U_1}{m}}$$

2.2.1 Das Magnetfeld B muss senkrecht aus der Zeichenebene heraus gerichtet sein.

Da $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ ist \vec{F}_L stets senkrecht zur Geschwindigkeit \vec{v} und somit auch senkrecht zur Bewegungsrichtung \vec{s} gerichtet. Somit wird keine Beschleunigungsarbeit am Ion verrichtet, die Geschwindigkeit v bleibt konstant ($|\vec{v}| = \text{konst.}$).

2.2.2 Die Zentrifugalkraft \vec{F}_Z die das Ion auf seiner Kreisbahn erfährt ist der Lorentzkraft \vec{F}_L entgegengerichtet ($\vec{F}_Z = -\vec{F}_L$). Somit gilt für die Beträge:

$$F_Z = F_L$$

$$m \frac{v_1^2}{r} = qvB$$

$$m = \frac{qBr}{v_1}$$

Durch quadrieren folgt:

$$m^2 = \frac{q^2 \cdot B^2 \cdot r^2}{v_1^2} \stackrel{2.1}{=} \frac{q^2 \cdot B^2 \cdot r^2 \cdot m}{2 \cdot q \cdot U} = \frac{q \cdot B^2 \cdot r^2 \cdot m}{2 \cdot U} \Rightarrow \underline{\underline{m = \frac{q \cdot B^2 \cdot r^2}{2 \cdot U}}}$$

2.2.3 Aus $m = \frac{q \cdot B^2 \cdot r^2}{2 \cdot U}$ folgt:

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot U_1 \cdot m}{q}} \cdot \frac{1}{B} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,20 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot 6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{3,204 \cdot 10^{-19} \text{ C}}} \cdot \frac{1}{0,080 \text{ T}} = 8,8156 \dots \text{ cm} \approx \underline{\underline{8,8 \text{ cm}}}$$

Einheitenkontrolle:

$$\left[\sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{kg}}{\text{C}}} \cdot \frac{1}{\text{T}} = \sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}}} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{V} \cdot \text{s}} = \sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^2 \cdot \text{s}^2}} \cdot \text{m} = \sqrt{\frac{\text{V} \cdot \text{J}}{\text{J} \cdot \text{V}}} \cdot \text{m} = \text{m} \right]$$

2.3 $m^* = \frac{q \cdot B^2 \cdot r^2}{2 \cdot U_2} = \frac{3,204 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (0,080 \text{ T})^2 \cdot (0,088 \text{ m})^2}{2 \cdot 0,53 \cdot 10^3 \text{ V}}$

$$m^* = 1,498 \dots \cdot 10^{-26} \text{ kg} \approx \underline{\underline{1,5 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}}$$

Berechnung der Nukleonenzahl: $A_r = \frac{m^*}{u} = \frac{1,5 \cdot 10^{-26} \text{ kg}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 9,036 \dots \approx 9,0$

Somit handelt es sich um ein (zweifach positiv geladenes) Berylliumion.