2002 S II

1.0 Für eine Marktanalyse werden 2000 zufällig ausgewählte Bankkunden (beiderlei Geschlechts) danach befragt, ob sie beim Kauf von Wertpapieren eher risikofreudig (r) oder Konservativ (k) handeln.
Die Befragten sind – wie folgt – drei Altersgruppen zuzuordnen:
690 Personen zählen zu den jungen Anlegern (J), 780 zur Gruppe mittleren Alters (M) und 530 zu den Senioren (S).
800 der Kunden sind eher Konservative Anleger; davon sind 320 Senioren.
(Die folgenden drei Teilaufgaben beziehen sich ausschließlich auf die oben erwähnten 2000 Bankkunden!)

1.1 Die Analyse zeigt außerdem, dass die Anzahl der konservativen Anleger bei den Personen mittleren Alters dreimal so hoch ist wie bei den jungen Kunden. Ermitteln Sie auf Grund aller bisherigen Angaben die Anzahl der jungen konservativen Anleger. (Ergebnis: 120) (4 BE)

1.2 Berechnen Sie nun die Wahrscheinlichkeit, mit der es sich bei einer zufällig ausgewählten Person um einen jungen, eher risikofreudigen Bankkunden handelt. (3 BE)

1.3 Untersuchen Sie, ob die Zugehörigkeit zur Gruppe der Senioren stochastisch unabhängig ist von der Zugehörigkeit zur Gruppe der konservativen Anleger. (4 BE)

2.0 Anleger Muck sitzt an seinem PC, um am Online-Broking teilzunehmen. Seine fünfstellige Kennummer enthält die Ziffern 2, 3, 4, 7 und 8.

2.1 Wie viele verschiedene Kennummern können aus diesen Ziffern gebildet werden, wenn jede der Ziffern genau einmal vorkommen darf? (2 BE)

2.2 Ein „Hacker“ versucht, die ihm unbekannte 5-stellige Kennummer von Herrn Muck durch unsystematisches Probieren herauszufinden. Ihm ist bekannt, dass die erste Ziffer der gesuchten Kennummer die 3 ist, die übrigen Ziffern kennt er jedoch nicht. Mit welcher Wahrscheinlichkeit „errät“ der Hacker die Kennummer bereits beim 1. Versuch? (3 BE)

3.0 Ein großes Internetcafe hat Plätze an 50 PCs. Umfangreiche Untersuchungen haben gezeigt, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein PC in der Kernzeit belegt ist, für jeden der 50 PCs $p = 0{,}7$ beträgt.
(In den beiden folgenden Aufgaben wird nur dieser Zeitbereich betrachtet.)

3.1 Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Anzahl der belegten PCs innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegt. (5 BE)

3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt mindestens 15 PCs frei sind. (2 BE)

4.0 Der Internetprovider A behauptet in Werbeanzeigen, dass er einen Marktanteil von 60% besitzt. Konkurrent B hält diesen Wert für zu hoch (Gegenhypothese) und veranlasst daher die Durchführung eines Hypothesentests auf dem 5%-Niveau, mit dem die Aussage von A überprüft werden soll. Dazu werden 200 Internetnutzer befragt.

4.1 Geben Sie die Art des Tests und die Testgröße an und ermitteln Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese.
Worin besteht der Fehler 2. Art? (7 BE)

4.2 Zeigen Sie anhand eines Beispiels für den möglichen Ausgang der Stichprobe, wie die Entscheidungsregel anzuwenden ist. (2 BE)

5.0 Ein Börseninformationsdienst bietet ein Abonnement an. Abonnenten nehmen automatisch an einem Preisausschreiben teil, bei dem es 1-mal 10.000 € 10-mal 500 € und 100-mal 20 € zu gewinnen gibt. Die Anzahl der Teilnehmer ist n, wobei $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 111$.

5.1 Die Zufallsgröße X gibt den von einem zufällig ausgewählten Teilnehmer erzielten Gewinn bei obigen Preisausschreiben an.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X und den Erwartungswert $E(X)$ in Abhängigkeit von n. (5 BE)
(Teilergebnis: $P(X=0)=\frac{n-111}{n}$)

5.2 Berechnen Sie nun, wie groß die Teilnehmerzahl n mindestens sein müsste, damit ein zufällig ausgewählter Abonnent mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90% keinen Gewinn erzielt. (3 BE)